

LICEU

Clasa a IX-a

S:L24.45. Arătați că șirul $\left(\frac{1}{2n+1}\right)_{n \geq 0}$ conține o infinitate de triplete de termeni în progresie aritmetică.

Mihai Piticari, Câmpulung Moldovenesc

Clasa a X-a

S:L24.57. Se consideră în planul complex triunghiurile echilaterale OAB , OCD și OEF , orientate în sens trigonometric. Demonstrați că mijloacele segmentelor BC , DE și AF sunt vârfurile unui triunghi echilateral.

* * *

Clasa a XI-a

S:L24.69. Fie șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin $a_1 = 1$ și $a_{n+1} = \left[\frac{n^3}{a_n}\right]$, pentru orice $n \geq 1$. Determinați a_{2024} , $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ și $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{\frac{a_n}{n^3}\right\}$.

Notățiile $[\cdot]$, $\{\cdot\}$ reprezintă partea întreagă, respectiv partea fracționară.

Marius Marchitan, Suceava

Clasa a XII-a

S:L24.80. Arătați că un inel finit cu un număr impar de elemente inversabile este corp dacă și numai dacă ecuația $x^2 = x$ are exact două soluții.

Ioan Băetu, Botoșani