

LICEU

Clasa a IX-a

S:L24.286. Fie D un punct în interiorul triunghiului echilateral ABC . Dreptele AD , BD și CD intersectează laturile BC , CA și AB în A_1 , B_1 , respectiv C_1 . Arătați că $AB_1 = BC_1$ dacă și numai dacă $\sphericalangle BDC = 120^\circ$.

George Stoica, Canada

Clasa a X-a

S:L24.295. Fie funcția $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ astfel încât, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, are loc relația $[f(n^2) - f(n^2 - 2n + 1)][f(n^2) + f(n^2 - 2n + 1) + 6] \geq 0$.

Demonstrați că f nu este injectivă.

Clasa a XI-a

S:L24.309. Fie $a, x_1 \in (0, \infty)$ și șirul $(x_n)_{n \geq 1}$, astfel încât pentru orice număr natural nenul n are loc egalitatea $x_{n+1} = x_n + \sqrt{a + x_n^2}$. Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{x_n}$.

Gheorghe Szöllösy, Sighet u Marmației

Clasa a XII-a

S:L24.317. Determinați funcțiile continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ pentru care există o primitivă $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, astfel încât pentru orice număr real x și orice $\varepsilon > 0$, mulțimea $f(x - \varepsilon, x + \varepsilon) \cap F(x - \varepsilon, x + \varepsilon)$ este nevidă.
