

LICEU

Clasa a IX-a

S:L24.248. Se consideră un triunghi ABC și punctele M, N, P pe laturile BC, CA , respectiv AB , astfel încât $\frac{BM}{MC} = \frac{NC}{NA} = \frac{PA}{PB}$. Notăm cu G_1, G_2 și G_3 centrele de greutate ale triunghiurilor ABM, BCN , respectiv CAP . Demonstrați că triunghiurile $G_1G_2G_3$ și ABC au același centru de greutate.

* * *

Clasa a X-a

S:L24.258. Demonstrați că funcția $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(z) = 3z - 2|z|$ este bijectivă.

* * *

Clasa a XI-a

S:L24.266. Fie șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin $x_1 = \frac{1}{2}$ și $x_{n+1} = \frac{1 + x_n^2}{2}$, pentru $n \geq 1$. Este acest șir convergent ?

* * *

Clasa a XII-a

S:L24.274. Fie A un inel unitar și a și b două elemente inversabile ale acestuia cu proprietatea că $a + b$ este inversabil și $(a + b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$.

Arătați că $(a^{-1}b)^2 + a^{-1}b + 1 = 0$.

George Stoica, Canada