

LICEU

Clasa a IX-a

S:L23.165. Fie $ABCD$ un patrulater convex și punctele M, N, P, Q astfel încât A, B, C și D sunt centrele de greutate ale triunghiurilor BDM, ACN, BDP , respectiv ACQ . Demonstrați că:

- patrulaterul $ABCD$ și $MNPQ$ au același centru de greutate;
- $ABCD$ este paralelogram dacă și numai dacă $MNPQ$ este paralelogram.

Traian Preda, București

Clasa a X-a

S:L23.179. Pe un colier circular sunt dispuse 8 pietre, inițial toate necolorate. Determinați în câte moduri putem colora unele dintre aceste pietre, astfel încât să nu existe două pietre alăturate colorate. Două configurații de pietre sunt considerate identice dacă pot fi obținute una plecând de la cealaltă prin transformări de tip rotație și/sau oglindire.

* * *

Clasa a XI-a

S:L23.185. Fie $a, b \in \mathbb{R}, a > 0$ și $n \in \mathbb{N}$. Arătați că nu există funcții continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea că $f(f(x)) + ax^{2n+1} + b = 0$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

Rianna Mihaela Niță, elevă, Giurgiu

Clasa a XII-a

S:L23.198. Fie K un corp comutativ și $a \in K$. Arătați că dacă polinoamele $X^2 - a$ și $X^3 - a$ au fiecare cel puțin câte o rădăcină în K , atunci și polinomul $X^6 - a$ are cel puțin o rădăcină în K .

Marcel Tena, București