

LICEU

Clasa a IX-a

S:L23.90. Fie A o mulțime de numere reale cu proprietatea că există o funcție $f : A \rightarrow A$, diferită de funcția identică, astfel încât $f(m) - f(n) = m - n$, pentru orice $m, n \in A$. Arătați că mulțimea A este infinită.

* * *

Clasa a X-a

S:L23.99. Demonstrați că ecuațiile

$$z^6 + 6 \cdot \bar{z}^3 - 16 = 0 \quad \text{și} \quad z^7 + z^6 \cdot \bar{z} + z^5 \cdot \bar{z}^2 + \dots + z \cdot \bar{z}^6 + \bar{z}^7 + 1024 = 0$$

au exact o soluție complexă comună.

Ion Ciudin, Botoșani

Clasa a XI-a

S:L23.109. Fie $p \geq 2$ un număr prim. Arătați că ecuația $X^2 - X - I_p = O_p$ are soluții în $\mathcal{M}_p(\mathbb{Z})$ dacă și numai dacă $p = 2$.

Marian Andronache, București

Clasa a XII-a

S:L23.116. Fie A un inel comutativ finit cu proprietatea că funcția $f : A \rightarrow A$, $f(x) = x^2$ este injectivă. Arătați că:

- a) $1 + 1 = 0$;
- b) pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ și orice $a \in A$, polinomul $g = X^{2n} + a$ este reductibil peste A .

* * *