LICEU

Clasa a IX-a

S:L23.326. Fie $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel încât $0 < a \leqslant b \leqslant c$ și ecuația $amx^2 - 2(a + b + c)x + bm = 0$, unde m este un număr real strict pozitiv.

a) Arătați că, dacă $m > 3$, ecuația nu are soluții reale.

b) Demonstrați că, dacă $m = 3$, ecuația are soluții reale.

Lucian Dragomir, Oțelu Roșu

Clasa a X-a

S:L23.339. Pe un cerc de centru O și rază R se consideră punctele A, B, C, M astfel încât triunghiul ABC este echilateral. Fie D, E, F mijloacele segmentelor MA, MB, MC. Arătați că $2(OD + OE + OF) \leqslant 3R\sqrt{3}$.

Mihai Monea, Deva

Clasa a XI-a

S:L23.344. Considerăm șirul $(x_n)_{n \geqslant 1}$ dat prin $x_1 \in (0, 1)$ și $2x_{n+1} = 1 + x_n x_{n+1}$, pentru orice $n \geqslant 1$. Calculați $\lim\limits_{n \to \infty} (x_1 x_2 \ldots x_n)$.

Antoanela Buzescu, Caransebeș

Clasa a XII-a

S:L23.356. Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

a) Arătați că dacă f este periodică și monotonă, atunci f este constantă.

b) Dacă funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = f(\sin x)$, admite o primitivă convexă, aflați primitivele funcției g.

ONM 2003, etapa zonală, Hunedoara