LICEU

Clasa a IX-a

S:L23.290. Fie punctele M, N, P pe laturile AB, BC, respectiv CA ale triunghiului ABC astfel încât $AM = BN = CP$. Notăm cu T centrul de greutate al triunghiului MNP. Dacă $AB \cdot \overrightarrow{AT} + BC \cdot \overrightarrow{BT} + CA \cdot \overrightarrow{CT} = \overrightarrow{0}$, demonstrați că triunghiul ABC este echilateral.

* *

Clasa a X-a

S:L23.296. Fie $a, b \in \mathbb{C}^*$, astfel încât $z = \dfrac{a^4 + 16b^4}{a^2b^2}$ este un număr real, cu $|z| \leqslant 8$. Demonstrați că $|a| = 2|b|$.

Lucian Tuțescu și *Dan Grigorie*, Craiova

Clasa a XI-a

S:L23.309. Determinați $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ știind că

$$\det\left(2AA^t - \mathrm{Tr}(AA^t) \cdot I_2\right) \geqslant 4(\det A)^2,$$

unde A^t reprezintă transpusa matricei A.

Marian Andronache și *Ion Savu*, București

Clasa a XII-a

S:L23.319. Fie $n \in \mathbb{N}, n \geqslant 2$ și $(G, \cdot)$ un grup finit de ordin n. Arătați că numărul n este prim dacă și numai dacă funcțiile $f_k : G \to G$, $f_k(x) = x^k$, $k \in \{1, 2, 3, \ldots, n-1\}$, sunt automorfisme ale grupului $(G, \cdot)$.

Mihai Piticari, Câmpulung Moldovenesc