LICEU

Clasa a IX-a

S:L23.241. Determinați $k \in \mathbb{Z}$ pentru care ecuația $|x-3|+|x-1|+|x+1| = k$ are exact o soluție întreagă.

Gheorghe Boroica, Baia Mare

Clasa a X-a

S:L23.258. Determinați $k \in \mathbb{N}$, $k \geqslant 2$, astfel încât pentru orice numere nenegative $a_1, a_2, \ldots, a_k$ să aibă loc relația:

$$\sqrt{a_1 + \sqrt[3]{a_2 + \ldots + \sqrt[k+1]{a_k}}} \geqslant \sqrt[32]{a_1 a_2 \ldots a_k}.$$

Gabriel Popa și *Paul Georgescu*, Iași

Clasa a XI-a

S:L23.266. a) Calculați limitele $\lim\limits_{n\to\infty} \left\{\dfrac{7n+3}{4n+2}\right\}$ și $\lim\limits_{n\to\infty} \left\{\dfrac{2n^2+3n+1}{n^2-n+2}\right\}$, unde notația $\{\cdot\}$ reprezintă partea fracționară.

b) Arătați că, dacă $(a_n)_{n\geqslant 1}$ este un șir convergent, cu limita $a \in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Z}$, atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \{a_n\} = \{a\}$.

c) Ce puteți afirma despre limita șirului $(\{a_n\})_{n\geqslant 1}$ dacă $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \in \mathbb{Z}$?

Marius Perianu, Slatina

Clasa a XII-a

S:L23.271. Fie n un număr natural impar. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ a numerelor reale definim legea de compoziție " $*$ " astfel $x * y = \sqrt[n]{x^n + y^n}$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$. Demonstrați că $(\mathbb{R}, *)$ este un grup izomorf cu grupul aditiv $(\mathbb{R}, +)$.

* * *