

## LICEU

### Clasa a IX-a

**S:L20.204.** În planul triunghiului  $ABC$  considerăm punctele  $M, N, P$  și  $Q$  astfel încât:  $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$ ,  $2\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$ ,  $\overrightarrow{AP} = \frac{18}{35}\overrightarrow{AB}$  și  $34\overrightarrow{QA} + 36\overrightarrow{QB} + 5\overrightarrow{QC} = \vec{0}$ .

- Determinați numerele reale  $x$  și  $y$  astfel încât  $x\overrightarrow{QM} + y\overrightarrow{QN} = \vec{0}$ ;
- Arătați că punctele  $P, Q$  și  $C$  sunt coliniare;
- Dacă  $AQ \cap BC = \{R\}$ , aflați valoarea raportului  $\frac{QA}{QR}$ .

\* \* \*

### Clasa a X-a

**S:L20.220.** Lumea este împărțită în două specii: oameni și roboți. Oamenii spun întotdeauna adevărul despre alți oameni și mint întotdeauna în legătură cu roboții. Roboții spun întotdeauna adevărul în legătură cu roboții și mint întotdeauna în legătură cu oamenii. Acest lucru este cunoscut de ambele specii.

Atenție: Omul nu face afirmații mincinoase pentru că vorbește cu un robot, ci dacă vorbește despre un robot. Analog pentru un robot. Prin persoană vom înțelege om sau robot.

i)  $A$  spune: „ $B$  este robot“. Precizați ce specie este  $A$ . Puteți spune ce este  $B$ ? Explicați!

ii)  $C$  spune: „ $D$  a spus că  $E$  este om“. Ce putem spune despre fiecare dintre aceste trei persoane?

iii) Considerăm că  $N$  persoane ( $N \geq 2$ ) stau în jurul unei mese circulare. Fiecare spune despre persoana vecină din dreapta sa: Tu minți în legătură cu persoana din dreapta ta! Ce putem spune despre  $N$ ? Ce putem spune despre felul în care sunt aranjate persoanele în jurul mesei? Explicați!

iv)  $N$  persoane sunt aranjate în jurul unei mese ( $N \geq 2$ ). Fiecare spune vecinului din dreapta: „Vecinul tău din dreapta minte în legătură cu vecinul său din dreapta“. Ce putem spune despre  $N$  și despre aranjarea persoanelor în jurul mesei?

Concursul *Pro-Performanța*, Craiova

**Clasa a XI-a**

**S:L20.230.** Să se arate că dacă  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ , există un număr real  $u > 0$ , unic determinat, astfel încât șirul cu termenul general  $n^u \ln a_n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , să admită ca limită numărul  $-\frac{1}{2}$ .

*Dan Brânzei, Iași*

**Clasa a XII-a**

**S:L20.234.** Fie funcția  $f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}$ .

a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 0} x f(x)$ .

b) Determinați ecuațiile asimptotelor graficului funcției  $f$ .

c) Să se studieze convexitatea funcției  $f$ .

d) Să se arate că  $\int_{\ln 2}^{\ln 4} f(x) dx = \ln 3$ .

Admitere FMI, Universitatea din București