

LICEU

Clasa a IX-a

S:L19.161. Se consideră trapezul dreptunghic $ABCD$ cu unghiurile A și D drepte, iar $AB = 9$, $CD = 2$ și $AD = 6$. Fie M mijlocul laturii AD și fie O punctul de intersecție a diagonalelor. Demonstrați că raza cercului circumscris triunghiului MOB este egală cu raza cercului circumscris triunghiului MOC .

Gabriel Popa, Iași

Clasa a X-a

S:L19.178. Dat fiind un număr real pozitiv $r \leq \frac{1}{2}$, determinați cea mai mică valoare posibilă a expresiei $|1 - (a + b)(c + d) + 2abcd|$ când a, b, c, d parcurg mulțimea numerelor complexe de modul cel mult r .

* * *

Clasa a XI-a

S:L19.188. Determinați funcțiile derivabile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care au proprietatea că oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ și oricare ar fi $x \in (a, b)$ avem $f'(x) \leq \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Florin Stănescu, Găești

Clasa a XII-a

S:L19.191. Arătați că polinomul

$$f(X) = (X^2 + 1)^n + 7X^{2n-2} + 98X^2 + 49$$

este ireductibil în $\mathbb{Z}[X]$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

Doru Ștefănescu, București