

LICEU

Clasa a IX-a

S:L19.82. Fie un patrulater convex $ABCD$ în care $AC = \sqrt{2}$. Să se determine aria cercului circumscris triunghiului ADB , dacă

$$m(\sphericalangle ABC) = 105^\circ, m(\sphericalangle ACD) = 42^\circ \text{ și } m(\sphericalangle DAC) = 63^\circ.$$

Rudi Pasici, Brăila

Clasa a X-a

S:L19.91. Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, cu $z_1 \neq z_2$ și $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2|$.

a) Să se afle $n \in \mathbb{N}^*$, știind că $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$.

b) Să se calculeze suma

$$S = z_1^{2018} - z_1^{2017} \cdot z_2 + z_1^{2016} \cdot z_2^2 - \dots - z_1 \cdot z_2^{2017} + z_2^{2018}.$$

Gheorghe Alexe și George-Florin Șerban, Brăila

Clasa a XI-a

S:L19.107. a) Calculați $\lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \dots + \frac{1}{n^k}\right)$, unde $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 2$, fixat.

b) Fie $x \in (0, 1) \setminus \mathbb{Q}$ fixat. Să se demonstreze că există și sunt unice numerele naturale $n = n(x) \geq 2$ și $k = k(x) \geq 1$ astfel încât

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \dots + \frac{1}{n^k} < x < \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \dots + \frac{1}{n^k} + \frac{1}{n^{k+1}}.$$

Radu Vasile, Brăila

Clasa a XII-a

S:L19.117. Pe mulțimea $(0, \infty)$ definim legea de compoziție „*“, cu proprietățile:

i) $(x + 2) * x = 1$, oricare ar fi $x \in (0, \infty)$;

ii) $(x \cdot y) * z = x \cdot (y * z)$, oricare ar fi $x, y, z \in (0, \infty)$.

În aceste condiții:

a) să se calculeze $(n + 1) * (2n)$, pentru $n \in \mathbb{N}^*$;

b) să se arate că legea de compoziție „*“ nu este asociativă și nu admite element neutru.

Carmen Botea și Viorel Botea, Brăila