

## LICEU

### Clasa a IX-a

**S:L19.46.** Dacă  $x \in \mathbb{Q}_+ \setminus \mathbb{Z}$ , să se arate că  $x^x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ .

*Bogdan Maxim, Botoșani*

### Clasa a X-a

**S:L19.55.** Să se găsească funcția  $f : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{R}$  ce are următoarele proprietăți:

- i)  $f(x+y) = \frac{2}{|x+y|}$ , pentru orice  $x, y \in \mathbb{C}$ , cu  $|x| = |y| = 1$  și  $x+y \neq 0$ ;  
ii)  $f(xy) = \frac{1}{2}f(x)f(y)$ , pentru orice  $x, y \in \mathbb{C}^*$ .

*Adrian Boțan, Botoșani*

### Clasa a XI-a

**S:L19.66.** Considerăm șirul  $(x_n)_{n \geq 2}$ , cu

$$x_n = \sqrt{1 + 2018 \sin \frac{\pi}{2}} + \sqrt{1 + 2018 \sin \frac{\pi}{3}} + \dots + \sqrt{1 + 2018 \sin \frac{\pi}{n}},$$

pentru orice  $n \geq 2$ . Să se determine toate valorile pe care le poate lua constanta  $a > 0$  astfel încât să aibă loc inegalitatea  $x_n > n \cdot a$ , pentru orice  $n \geq 2$ .

*Adrian Boțan, Botoșani*

### Clasa a XII-a

**S:L19.79.** Polinomul  $f = X^n + aX^3 + bX^2 + cX + d$  are  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $d \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$  și  $n \geq 7$ . Să se arate că rădăcinile polinomului  $f$  au proprietățile:

- a) sunt toate nereale și oricare două neconjugate;  
b) au toate același modul dacă și numai dacă  $a = b = c = 0$ .

*Adrian Boțan, Botoșani*