

LICEU

Clasa a IX-a

S:L19.324. Fie șirul $(p_n)_{n \geq 1}$ al numerelor prime ($p_1 = 2, p_2 = 3, \dots$). Să se determine numerele n ce verifică:

a) $p_n^5 > p_{n+1}^4$; b) $p_1 p_2 \cdot \dots \cdot p_n > p_{n+1}^4$.

Adrian Boțan, Botoșani

Clasa a X-a

S:L19.338. Fie $a, b > 0$ numere reale fixate. Determinați funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea că

$$axf(y) + byf(x) \leq xy.$$

Dan Andrei Tudor, elev, București

Clasa a XI-a

S:L19.344. Fie $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$. Dați exemplu de o matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{N})$, cu $\det(A) = 1$, care să aibă cât mai multe numere impare.

Adrian Boțan, Botoșani

Clasa a XII-a

S:L19.357. Fie (\mathbb{R}^*, \circ) un semigrup cu proprietatea că pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$ există $y \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $x \circ y \neq y \circ x$. Determinați funcțiile $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea $f(x \circ y) = \frac{x+y}{x-y}(f(x) - f(y))$ pentru $x, y \in \mathbb{R}^*, x \neq y$.

Ioan Băetu, Botoșani