# LICEU

## Clasa a IX-a

**S:L18.167.** Două cercuri $C_1, C_2$ sunt secante în $A$ şi $B$. Fie $C$ un punct fix pe prelungirea lui $BA$. Prin $B$ se duce o secantă mobilă care taie $C_1$ în $M$ şi $C_2$ în $N$. $CM$ şi $CN$ taie a doua oară cercurile $C_1$ şi $C_2$ în $Q$ respectiv $P$.

a) Arătaţi că patrulaterul $MNPQ$ este inscriptibil.

b) Care este poziţia lui $MN$ astfel încât raza cercului circumscris triunghiului $AMN$ este maximă?

*Laurenţiu Panaitopol*, 1972

**S:L18.170.** Două puncte $M$ şi $N$ parcurg cu aceeaşi viteză laturile unui poligon regulat cu $n \geq 3$ laturi, mergând în acelaşi sens şi pornind din vârfuri vecine. Care este locul geometric al mijlocului segmentului $MN$?

*C. Ottescu*, 1974

## Clasa a X-a

**S:L18.176.** Fie $x \in [2, \infty)$. Care dintre numerele $\log_x(x+3)$ sau $\log_{x+1}(x+4)$ este mai mare?

*Liviu Pârşan*, 1972

**S:L18.178.** a) Rezolvaţi ecuaţia $5^x - 1 = 2^{x+1}(1 + 2^{x-1})$.

b) Rezolvaţi inecuaţia $\log_x 3 \cdot \log_{3x} 9 \geq \log_{9x} 3$.

*C. Ionescu-Ţiu*, 1973

## Clasa a XI-a

**S:L18.182.** Fie $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ nesingulară ($n \geq 2$). Arătaţi că

$$(A^*)^* = (\det A)^{n-2} \cdot A,$$

unde cu $A^*$ am notat reciproca matricei $A$.

*Liviu Pârşan*, 1969

**S:L18.187.** Fie funcţiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ astfel încât $g(x) = xf(x)$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Presupunând că $g$ este derivabilă pe $\mathbb{R}$, arătaţi că $f$ este derivabilă în punctul 1.

Rezultă că $f$ este derivabilă pe $\mathbb{R}$?

*L. Panaitopol*, 1972

## Clasa a XII-a

**S:L18.195.** Fie $P(X, Y)$ un polinom de două variabile cu coeficienţi reali. Arătaţi că dacă acest polinom se anulează pentru un număr infinit de perechi $(X, Y)$, atunci polinomul este polinomul nul.

*Dan Schwarz*, 1974

**S:L18.199.** Fie $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ continuă, care verifică $f(0) > 0$ şi $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x < 0$.

a) Arătaţi că există un punct $c \in (0, 1)$ în care $f$ se anulează;

b) Arătaţi că există un punct $d \in (0, 1)$ astfel încât $\int_0^d f(x)\mathrm{d}x = 0$;

c) Arătaţi că $c < d$.

*Ciprian Foiaş*, 1973