

LICEU

Clasa a IX-a

S:L18.321. Se dau $n \geq 3$ puncte în plan, oricare trei necoliniare. Câte puncte de intersecție pot determina cercurile determinate de câte trei puncte din această mulțime?

Ion Ionescu, Gazeta Matematică, 1918

S:L18.324. Câte soluții numere naturale are ecuația

$$[[\sqrt{x}] + \sqrt{x}] = 10?$$

Roxana Goga, București

Clasa a X-a

S:L18.331. Fie $a \in \mathbb{R}$, dat, și m , un parametru real variabil. Discutați natura rădăcinilor ecuației $x^4 - (a^2 - 2m^2)x^2 + 2m^2(m^2 - a^2) = 0$.

Maior Gh. Buciuiu, Gazeta Matematică, 1918

S:L18.339. Să se arate că pentru orice $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, avem

$$\left| z - \frac{z_1 + z_2}{2} \right|^2 = \frac{1}{2} (|z - z_1|^2 + |z - z_2|^2) - \frac{1}{4} |z_1 - z_2|^2.$$

* * *

Clasa a XI-a

S:L18.341. Să se găsească limita expresiunii

$$(\cos ax)^{(\operatorname{cosec} bx)^2},$$

când x tinde la 0, a și b fiind constante nenule date.

Locotenent I. Linteș

S:L18.345. Fie $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, unde $g(x) = f(x) + f(2x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Dacă funcția g este continuă, rezultă că și funcția f este continuă?

G. Rene, București

Clasa a XII-a

S:L18.351. Determinați funcțiile $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, de n ori derivabile, care verifică relația

$$f^{(n)}(x)f^n(x) = x,$$

pentru orice $x > 0$.

Sublocotenent M.G. Ghermănescu, Gazeta Matematică, 1918

S:L18.356. Fie H un subgrup al grupului multiplicativ \mathbb{C}^* și f un morfism de la $(\mathbb{Q}, +)$ în H . Arătați că există $a \in H$ astfel încât $f(x) = a^x$, pentru orice $x \in \mathbb{Q}$.

Deduceți că $(\mathbb{Q}, +)$ nu este izomorf cu (\mathbb{R}_+^*, \cdot) .

* * *