

## LICEU

### Clasa a IX-a

**S:L18.241.** Determinați numerele întregi  $a, b, c, a \neq 0$ , știind că mulțimea soluțiilor ecuației  $ax^2 + bx + c = 0$  este mulțimea  $\{a, b\}$ .

*Adrian Gobej, Curtea de Argeș*

**S:L18.249.** Fie  $ABC$  un triunghi și  $P$  un punct în interiorul său. Demonstrați că

$$AB(\sin \sphericalangle CAP + \sin \sphericalangle CBP) + BC(\sin \sphericalangle ABP + \sin \sphericalangle ACP) + CA(\sin \sphericalangle BCP + \sin \sphericalangle BAP) \leq AB + BC + CA.$$

*Andreea Dima, București*

### Clasa a X-a

**S:L18.254.** Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația  $\sqrt{1-x^2} = 3x - 4x^3$ .

*Adrian Gobej, Curtea de Argeș*

**S:L18.260.** Arătați că în orice triunghi  $ABC$  avem

$$\sum \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} \geq \left( \sum \sqrt{\sin \frac{A}{2}} \right)^2,$$

unde sumele sunt considerate ciclic.

*Marian Cucoaneș, Mărășești și Marius Drăgan, București*

### Clasa a XI-a

**S:L18.263.** Pentru adresa de e-mail, Ștefan își alege passwordul schimbând între ele două câte două literele numelui, obținând combinația  $FANEST$ . Care este numărul de schimbări efectuate?

*Cristian Moanță, Craiova*

**S:L18.270.** Pentru  $x_0 > 0, a > 0$  definim șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$  prin

$$x_{n+1} = x_n + \frac{a}{x_n^{2018}}.$$

Studiați convergența șirului  $(y_n)_{n \geq 0}$  definit prin  $y_n = x_n - \sqrt{2018n}$ .

*Mihaela Berindeanu, București*

### Clasa a XII-a

**S:L18.271.** Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  bijectivă și  $a \in \mathbb{R}$  cu  $f(a) = 2$ . Definim pe  $\mathbb{R}$  legea de compoziție  $\circ$  prin  $x \circ y = f(f^{-1}(x) + f^{-1}(y) - a)$ , pentru orice  $x, y \in \mathbb{R}$ . Determinați elementul neutru și simetricile elementelor din  $\mathbb{R}$ .

Pentru  $f(x) = x^3$  rezolvați ecuația  $x^2 \circ x = (6 - a)^3$ .

*Adrian Gobej, Curtea de Argeș*

**S:L18.275.** Fie  $a > 0$  și fie șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$  definit prin

$$x_n = \int_n^{2n} \frac{x+a}{x^3+2a} dx.$$

Arătați că șirul este monoton descrescător și  $0 < x_n \leq \frac{4+3a}{8}$ , oricare ar fi  $n \geq 1$ .

*Constantin Nicolau și Adrian Gobej, Curtea de Argeș*