

## GIMNAZIU

### Clasa a V-a

**S:E16.81.** Fie  $x$  un număr natural astfel încât  $x^2 = 4^{2n} + 5^{4n} + 6^{6n} + 7^{8n}$ , unde  $n$  este număr natural. Calculați ultima cifră a lui  $x^{2016}$ .

*Ion Gogoășă, Mangalia*

**S:E16.89.** Suma a 21 de numere naturale nenule distincte este egală cu 275.

a) Arătați că cel puțin 7 și cel mult 15 dintre cele 21 de numere sunt impare.

b) Aflați ultima cifră a produsului celor 21 de numere.

*Traian Preda, București*

### Clasa a VI-a

**S:E16.95.** Suma a 2016 numere naturale consecutive este un număr divizibil cu 2015. Arătați că două dintre aceste numere sunt divizibile cu 2015.

*Gabriela Constantiniu, Constanța*

**S:E16.97.** Stabiliți dacă numărul  $a = 10^{2016} - 2^{10}$  este pătrat perfect.

*Georgetai Musa-Cerchez, Constanța*

### Clasa a VII-a

**S:E16.105.** Fie  $ABCD$  un paralelogram și  $M$  mijlocul laturii  $[AB]$ . Dacă există un punct  $E \in (MD)$  astfel încât  $[BC] \equiv [BE]$ , arătați că  $CE \perp MD$ .

*Traian Preda, București*

**S:E16.108.** Fie  $A = 3x^2 + 3y^2$ , unde  $x$  și  $y$  sunt numere întregi nenule,  $x \neq y$ . Arătați că există  $a, b, c, d$  numere întregi nenule, diferite, astfel încât  $A = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ .

*Alexandru Cârнару, Constanța*

**Clasa a VIII-a**

**S:E16.112.** Fie  $n$  număr natural impar,  $n \geq 3$ . Arătați că  $2^6$  divide  $n^{12} + n^8 - n^4 - 1$ .

*Cătălin Zîrnă, Constanța*

**S:E16.118.** Pe un cub  $ABCD A' B' C' D'$  cu muchia de lungime  $2a$  se așază o piramidă patrulateră regulată  $VA' B' C' D'$  cu muchia laterală  $a\sqrt{3}$ . Dacă  $M$  este mijlocul laturii  $BC$  și  $P \in (A' C')$  astfel încât  $A' P = 2 \cdot PC'$  se cere:

- a) să se calculeze distanța de la punctul  $P$  la dreapta  $AM$ ;
- b) tangenta unghiului format de planele  $VAM$  și  $ABD$ .

*Mirela Dănilă, Constanța*