

LICEU

Clasa a IX-a

S:L16.41. Demonstrați că lungimile laturilor unui triunghi sunt în progresie aritmetică neconstantă, dacă și numai dacă dreapta care trece prin centrul de greutate și centrul cercului înscris este paralelă cu una dintre laturi.

Vlad Copil și Petre Simion, București

S:L16.48. Determinați numerele naturale x și y pentru care $3^x + 7^y$ este pătrat perfect și y este impar.

Olimpiadă Norvegia

Clasa a X-a

S:L16.51. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația

$$2\sqrt[3]{2x-1} = x^3 + 1.$$

Admitere Universitatea Politehnica din București

S:L16.55. Claudiu depune 1000 de euro într-un cont pentru adolescenți la o bancă ce oferă o dobândă anuală de 5%.

- Care este factorul anual de creștere a investiției?
- Modelați cu ajutorul unei ecuații creșterea investiției în timp.
- Peste câți ani se va dubla investiția de 1000 de euro? (Observați independența numărului de ani față de suma depusă.)

Clasa a XI-a

S:L16.61. Determinați două matrice, A și B din $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$, pentru care

$$A^3 + B^3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

S:L16.64. Fie $(a_n)_{n \geq 0}$ un șir neconstant de numere reale. Construim șirul $(u_n)_{n \geq 0}$, cu $u_n = \sin(a_n)$.

Putem alege șirul $(a_n)_{n \geq 0}$ astfel încât $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \frac{\sqrt{2}}{2}$?

Clasa a XII-a

S:L16.74. Fie S mulțimea soluțiilor reale și strict pozitive ale ecuației

$$x + \frac{1}{x} = \int_0^x e^{t^2} dt.$$

Arătați că $S \cap (1, 2) \neq \emptyset$.

Admitere Universitatea Politehnica din București

S:L16.77. Fie F_n primitiva funcției $f_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f_n(x) = \frac{1}{nx + x^{n+1}}$ cu $F_n(1) = -\frac{1}{n^2} \ln(n+1)$.
Determinați imaginea funcției F_n .

Vlad Drînceanu, Petre Simion, București