

## LICEU

### Clasa a IX-a

**S:L14.83.** Un șir de numere reale are proprietățile  $a_2 = 2$ ,  $a_{n+m} = a_n a_m$  pentru orice  $m, n \geq 2$  și  $a_{p+1} = a_p + 1$  pentru orice prim  $p \neq 1$ . Arătați că  $a_n = n$  pentru orice  $n \geq 2$ .

*George Stoica, Canada*

**S:L14.89. Cel mai mare venit.** Venitul anual al unei companii, exprimat în milioane de lei, pe o perioadă de  $x$  ani, începând cu anul 2008, poate fi modelat prin funcția  $V(x) = -0,15x^2 + 1,5x + 8$ , unde  $0 \leq x \leq 6$ . În ce interval de timp firma a avut cel mai mare venit?

### Clasa a X-a

**S:L14.93.** Considerăm  $n \geq 2$  urne aliniat și presupunem că avem  $n$  bile colorate cu una dintre culorile alb, roșu, negru. Introducem, începând cu urna din stânga, câte o bilă în fiecare urnă în sensul de la stânga la dreapta. În câte moduri putem face aceasta dacă în plus trebuie satisfăcută condiția că pentru fiecare urnă la stânga sau la dreapta ei sunt bile de culori diferite .

**S:L14.100. Sherlock Holmes în acțiune.** Legea lui Newton de răcire afirmă că temperatura  $T$  de răcire a unei substanțe la momentul  $t$  (ore) poate fi modelat prin  $T = (T_0 - T_R)e^{-rt} + T_R$ , unde  $T_0$  este temperatura inițială a substanței,  $T_R$  este temperatura camerei, iar  $r$  este o constantă, ce reprezintă viteza de răcire a substanței. Celebrul detectiv Sherlock Holmes are de anchetat o crimă și merge la fața locului. Totul a rămas nemișcat, special pentru el. Temperatura persoanei proaspăt decedate a fost măsurată și s-a constatat că era egală cu  $26^\circ\text{C}$  la ora 12:30 și cu  $24^\circ\text{C}$  la ora 13:30. În cameră, temperatura este de  $20^\circ\text{C}$ . Dacă temperatura corpului în momentul decesului a fost de  $37^\circ$ , ajutați-l pe Sherlock Holmes să afle la ce oră a murit persoana.

### Clasa a XI-a

**S:L14.104.** Determinați progresele aritmetice de numere reale  $(x_n)_{n \geq 1}$  pentru care șirul  $(\cos x_n)_{n \geq 1}$  este convergent.

*Marian Cucoaneș, Mărășești*

**S:L14.110. Ecuația Michaelis-Menten.** În anul 1913, biochimistul Leonor Michaelis și fiziciană Maud Menten au dezvoltat o teorie asupra

acțiunii și cineticii enzimatică. Conform ecuației Michaelis-Menten, când o enzimă este combinată cu un substrat de concentrație  $s$  (în milimoli), viteza de reacție este dată de ecuația  $R(s) = \frac{As}{K + s}$ , unde  $A$  și  $K$  sunt constante.

a) Arătați că  $A$  este valoarea limitei vitezei de reacție, atunci când concentrația  $s \rightarrow \infty$ .

b) Pentru o anumită reacție,  $K = 1,5$  mM. Pentru ce valoare a concentrației  $s$ ,  $R(s)$  este egală cu 75% din valoarea lui  $A$ ?

### Clasa a XII-a

**S:L14.117.** Aruncăm la întâmplare o monedă de diametru  $1/2$  pe o foaie de hârtie cu pătrățele de latură 1. Care este probabilitatea ca moneda să acopere un vârf al rețelei?

Folclor matematic

**S:L14.120.** Viteza sunetului  $s(x)$  (în metri pe secundă), depinde de altitudinea  $x$  (în kilometri) și poate fi modelată astfel:

$$s(x) = \begin{cases} -4x + 343, & 0 \leq x < 12 \\ 295, & 12 \leq x < 22 \\ \frac{3}{4}x + 278,5, & 22 \leq x \leq 32. \end{cases}$$

Să se determine viteza medie a sunetului lansat de pe un satelit aflat la 32 km de Pământ. (Dacă  $f$  este integrabilă pe intervalul  $[a, b]$ , atunci valoarea medie a lui  $f$  pe acest interval este  $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ .)