

# LICEU

## Clasa a IX-a

3. Fie  $ABC$  un triunghi cu unghiul  $A$  diferit de  $60^\circ$  și  $O$  centrul cercului circumscris. Fie  $M$ , respectiv  $N$ , intersecțiile dreptelor  $BO$  cu  $AC$  și  $CO$  cu  $AB$ . Dacă  $NB = NC$ , arătați că triunghiul  $ABC$  este isoscel.

*Marius Olteanu, Rm. Vâlcea*

6. O minge de baschet are traiectoria parabolică descrisă de ecuația:

$$y = -x^2 + 6x - 5, \quad x \in [2, 5].$$

Este posibil ca mingea să intre în coșul de baschet aflat la înălțimea 3?

## Clasa a X-a

3. Un număr de  $n \in \mathbb{N}^*$  politicieni sunt așezați în linie la un prezidiu. În pauza de prânz aceleași  $n$  persoane se așează la o masă rotundă. Aflați numărul  $n$  știind că în al doilea caz numărul de posibilități de așezare este de 8 ori mai mic decât în primul (o rotație la așezarea la masa rotundă se consideră că dă aceeași așezare).

4. Timp de 10 ani, începând cu 1 ianuarie, bunica depune anual pentru nepotul ei câte 1000 euro, cu o dobândă de 10% pe an. Poate nepotul ca după 10 ani să-și cumpere mașina dorită ce costă 25000 de euro?

## Clasa a XI-a

5. Fie  $A$  o matrice cu 4 linii și 3 coloane și elemente reale. Fie  $X$  o matrice coloană de ordin 4. Arătați că sistemul cu necunoscuta  $X$ ,  $(A \cdot A') \cdot X = O_{4 \times 1}$  este compatibil nedeterminat. (Prin  $A'$  s-a notat transpusa matricei  $A$ , adică matricea obținută “schimbând liniile cu coloanele”.)

10. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție continuă cu proprietatea că  $f(x)f(f(x)) = 1$  pentru orice număr real  $x$  și  $f(2012) = 2011$ . Se poate determina  $f(2010)$ ?

## Clasa a XII-a

5. Care este cea mai mare valoare posibilă a determinantului unei matrice de ordin 3 cu elemente din  $\mathbb{Z}_3$ ?

7. Determinați poziția exactă a acelor unui ceasornic de rază 1 astfel încât aria sectorului circular cuprins între acestea să fie  $\frac{1}{3}$ .