

### Clasa a IX-a

**S.L25.145.** Fie  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ , astfel încât  $b^2 > 4ac$ . Notăm cu  $x_1$  și  $x_2$  soluțiile ecuației  $ax^2 + bx + c = 0$ . Arătați că  $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 + 3$  dacă și numai dacă  $b, a, c$  sunt în progresie geometrică.

**S.L25.146.** Fie  $a, b$  două numere reale pozitive. Arătați că funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \left\{ \frac{ax + b}{a + b} \right\}$  este periodică și determinați cel mai mic număr natural  $T_0$  pentru care  $f(x + T_0) = f(x)$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .

**S.L25.147.** Determinați funcțiile  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + a$ ,  $g(x) = bx + c$ , unde  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $c > a$ , care au proprietatea că triunghiul format de vârful parabolei asociate funcției  $f$  și punctele de intersecție a graficelor funcțiilor  $f$  și  $g$  este dreptunghic isoscel, având ipotenuza paralelă cu axa  $Ox$ .

**S.L25.148.** Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ . Rezolvați în mulțimea numerelor reale nenule ecuația:

$$f^3(-x) + f^3\left(\frac{1}{x}\right) + 3f(-x) + 3f^3\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1000}{27}.$$

Lucian Petrescu, Tulcea

### Clasa a X-a

**S.L25.157.** Arătați că, dacă numerele complexe  $a, b, c$  sunt în progresie geometrică și au coeficientul părții imaginare pozitiv, atunci  $|a|, |b|, |c|$  sunt în progresie geometrică, iar  $\arg a, \arg b, \arg c$  sunt în progresie aritmetică.

**S.L25.158.** Arătați că numerele complexe  $z_1, z_2, z_3$  sunt afixele vârfurilor unui triunghi echilateral dacă și numai dacă  $z_1 - z_2, z_2 - z_3, z_3 - z_1$  sunt afixele vârfurilor unui triunghi echilateral.

**S.L25.159.** În urna  $U_1$  sunt trei bile albe și patru bile negre, în urna  $U_2$  sunt patru albe și cinci negre, iar în urna  $U_3$  sunt cinci bile albe și șase bile negre. Dacă din fiecare urnă se extrage câte o bilă, calculați:

- probabilitatea ca bilele extrase să fie albe;
- probabilitatea ca o bilă să fie albă și două negre;
- probabilitatea ca cele trei bile extrase să fie negre.

**S.L25.160.** O urnă conține 40 de bile, dintre care 10 albe, 25 negre și 5 roșii. Din această urnă se extrag trei bile. Calculați probabilitatea ca bilele extrase să fie de culori diferite.