

### Clasa a IX-a

**13.** Care este cel mai mare număr prim care divide suma  $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + 44 \cdot 45 \cdot 46$ ?

**14.** Determinați termenul general al șirului  $(x_n)_{n \geq 0}$  definit prin relația de recurență  $x_{n+1} = x_n + 2n + 2$ , dacă  $x_0 = 1$ .

**15.** a) Arătați că numerele  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{7}$  nu pot fi termenii unei progresii aritmetice.

b) Arătați că numerele  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{7}$  nu pot fi termenii unei progresii geometrice.

**16.** a) Calculați suma  $S = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$  și  $x \in (0, \infty)$ .

b) Arătați că  $1 + 2 \left(1 + \frac{1}{n}\right) + 3 \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 + \dots + n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n-1} = n^2$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**17.** Dacă  $x \in \mathbb{R}$  astfel încât  $3 \sin^4 x - 2 \cos^6 x = -\frac{17}{25}$ , să se determine  $3 \cos^4 x - 2 \sin^6 x$ .

18. Să se arate că expresiile următoare nu depind de  $x \in \mathbb{R}$ :

a)  $E_1(x) = \sin^8 x - \cos^8 x + 4 \cos^6 x - 6 \cos^4 x + 4 \cos^2 x$ ;

b)  $E_2(x) = \frac{1 - \cos x + \sin^2 x}{2 + \cos x} + \frac{1 + \cos x + \sin^2 x}{2 - \cos x}$ .

### Clasa a X-a

19. a) Calculați  $\arccos(\cos 5)$ .

b) Comparați numerele  $\arccos\left(\frac{2}{3}\right)$  și  $\arccos\left(-\frac{1}{5}\right)$ .

20. Dacă  $x = \arctg \frac{1}{4}$ , calculați  $\sin x - 3 \cos x$ .

21. Determinați numărul întreg  $k$  pentru care  
$$\arctg \frac{1}{7} + \arctg \frac{1}{3} = \arctg \frac{1}{k}$$
.

22. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile :

a)  $(2x - 3)^{x^2 - x} = (2x - 3)^{20}$ .      b)  $\sqrt[3]{2 - x} = 1 - \sqrt{x - 1}$ .

23. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația

$$\log_{3x-1} \left( \frac{5x-1}{x+1} \right) \geq 1.$$

24. Rezolvați în mulțimea numerelor reale sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} \lg^2 x + \lg^2 y = \frac{5}{2} \lg^2 4 \\ xy = 16. \end{cases}$$