

12. Fie H ortocentrul unui triunghi ABC . Pe planul triunghiului, în H , se ridică perpendiculara OH pe plan. Arătați că, dacă OD este înălțime în triunghiul OBC , atunci AD este înălțime în triunghiul ABC .

Clasa a IX-a

13. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$. Determinați valoarea expresiei

$$E = f(1) + f(2) + \dots + f(100) - f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(100).$$

14. Determinați cea mai mică valoare a lui $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care numărul $5 + 55 + 555 + \dots + \underbrace{555 \dots 5}_{n \text{ cifre de } 5}$ este divizibil cu 55.

15. Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $x^2 + (m - 1)x + 2 - 2m > 0$, pentru orice $x \in (0, \infty)$.

16. În triunghiul ABC , $A = 2B$, $b = 21$ și $c = 11$. Determinați lungimea a .

17. În triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$, $AB = \sqrt{3}$ și $m(\sphericalangle B) > 30^\circ$, se consideră $D \in (AC)$, astfel încât $m(\sphericalangle CBD) = 30^\circ$ și $DC = 2$. Determinați perimetrul triunghiului ABC .

18. Determinați lungimile laturilor unui triunghi, dacă acestea sunt numere prime și un unghi al triunghiului are măsura 120° .

Clasa a X-a

19. Determinați valorile parametrului real m pentru care numărul complex $z = (5m^2 - 4m - 1) + (m^2 - 1)i$ este pur imaginar (are partea reală nulă).

20. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 1$.

21. Determinați termenul care **nu** conține x din dezvoltarea

$$\left(3x^2 + \frac{1}{\sqrt[4]{x^2}} \right)^{15}.$$

22. Determinați $n \in \mathbb{N}$ pentru care mulțimea $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \dots, \sqrt{n}\}$ conține exact 100 de numere iraționale.

23. Dacă $x = 2 \arctg \frac{1}{3}$, calculați $2 \sin x - \cos x$.

24. Arătați că funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} -2x + 8, & x < 1 \\ -x^2 + 2x + 5, & x \geq 1 \end{cases}$ este

bijectivă și determinați inversa acesteia.