

### Clasa a IX-a

**10.** Demonstrați că  $\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$ , oricare ar fi numerele  $a, b, c, d > 0$ .

**11.** Determinați partea întreagă a numărului

$$\sum_{k=1}^{2020} \frac{1}{k^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2020^2}.$$

**12.** Rezolvați ecuația  $(x^2 + 3x + 2)(x^2 - 9x + 20) = 72$ .

**13.** Arătați că, într-un trapez, punctul de intersecție a laturilor neparalele, intersecția diagonalelor și mijloacele bazelor sunt coliniare.

**14.** Se consideră  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  astfel încât  $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ . Calculați  $\operatorname{tg}^{2020} x + \operatorname{ctg}^{2020} x$ .

**15.** Calculați suma  $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 359^\circ$ .

### Clasa a X-a

**16.** Se consideră în plan mulțimea de puncte  $M = \{A_1, \dots, A_8\}$  și dreapta  $d$ . Punctele  $A_1, A_2, \dots, A_5$  aparțin dreptei  $d$ , iar  $A_6, A_7, A_8$  nu aparțin dreptei  $d$ . Cu excepția punctelor de pe dreapta  $d$ , oricare trei puncte sunt necoliniare.

a) Câte drepte distințe, care trec prin cel puțin două puncte din mulțimea  $M$ , există?

b) Câte triunghiuri cu vârfurile în trei puncte din mulțimea  $M$  există?

**17.** Care este probabilitatea ca, alegând o funcție din mulțimea funcțiilor  $f : \{2, 4, 5, 6\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , aceasta să fie injectivă și  $f(6)$  să fie număr par?

**18.** Fie mulțimea  $M = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$ . Determinați numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii  $M$ , dintre care cel puțin unul este număr prim.

**19.** a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația

$$\arcsin(1-x) - 2 \arcsin x = \frac{\pi}{2}.$$

b) Calculați  $\arccos(-\cos 5)$ .

**20.** În dezvoltarea binomului  $\left((\sqrt{x})^{\frac{1}{1+\lg x}} + \sqrt[12]{x}\right)^n$ , suma ultimilor trei coeficienți binomiali este 22, iar al patrulea termen este egal cu 200. Determinați  $n \in \mathbb{N}$  și  $x \in \mathbb{R}$ .