## Clasa a IX-a

**13.** Se consideră expresia $E = \dfrac{\cos 8^\circ + \sqrt{3}\sin 8^\circ}{\cos 7^\circ - \sin 7^\circ}$. Arătaţi că $E^2$ este număr natural.

**14.** Ştiind că $\mathrm{tg}x + \mathrm{ctg}x = 5$, calculaţi $a = \sin 2x + \cos 4x$.

**15.** Demonstraţi că $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{2k-1}{3^k} < 1$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

**16.** Se consideră funcţiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x-1, x<3 \\ 2x+1, x \geqslant 3, \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} -x+3, x \leqslant -1 \\ 3x+2, x > -1 \end{cases}.$$

Determinaţi imaginea funcţiei $g$ şi calculaţi $f \circ g$.

**17.** În triunghiul $ABC$ se consideră $D \in (BC)$ astfel încât $\dfrac{BD}{DC} = 2$. Fie $E$ mijlocul medianei din $C$ a triunghiului $ABC$. Arătaţi că punctele $A$, $E$, $D$ sunt coliniare.

**18.** Se consideră ecuaţia $|2x+4| - |x-1| = m$, unde $m$ este un număr real. Determinaţi $m \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuaţia să aibă o soluţie unică şi precizaţi această soluţie.

## Clasa a X-a

**19.** Fie $z \in \mathbb{C}$ astfel încât $z + \dfrac{1}{z} = \sqrt{3}$. Calculaţi $z^6$.

**20.** Determinaţi domeniul maxim de definiţie al funcţiei dată de formula $f(x) = \log_5\left(\log_{\frac{1}{5}}(x^2-4)\right)$.

**21.** Fie $f : (-\infty, m] \to (-\infty, 2]$, $f(x) = -x^2 + 2x + 2$. Determinaţi $m \in \mathbb{R}$ astfel încât funcţia să fie bijectivă. În acest caz, determinaţi inversa funcţiei $f$.

**22.** Arătaţi că numărul $z = (5+4\mathrm{i})^{4n} + (4+5\mathrm{i})^{4n}$ este real, pentru orice număr natural $n$.

**23.** Rezolvaţi ecuaţia $\sin x - \cos x + \sin x \cos x - 1 = 0$, $x \in [0, 2\pi)$.

**24.** Rezolvaţi inecuaţia $4^x - 3^x - 1 \geqslant 2\sqrt{3^x}$.