

Clasa a IX-a

13. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 9$. Determinați distanța dintre punctele de intersecție ale graficului funcției f cu axele de coordonate.

14. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + m$. Determinați valorile lui m pentru care ecuația $f(x) = 0$ are soluțiile $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ cu $x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 1$.

15. Fie $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + m$, $m \in \mathbb{R}$. Determinați valorile lui m pentru care vârful parabolei $y = f_m(x)$ se află pe dreapta $y = x$.

16. Arătați că $\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin^2(x + \pi) = 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

17. Fie $a, b \in \mathbb{R}$ și $E(x) = (a \sin x + b \cos x)^2 + (b \sin x - a \cos x)^2$.

Calculați $E\left(\frac{\pi}{\sqrt{2019}}\right)$.

18. Arătați că $3 \sin x + 4 \cos x \leq 5$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Clasa a X-a

19. Fie $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Determinați probabilitatea ca alegând o mulțime dintre submulțimile ordonate cu trei elemente ale lui A , aceasta să aibă elementele în ordine crescătoare.

20. Fie $A = \{f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4\}\}$. Determinați probabilitatea ca alegând o funcție f din mulțimea A să avem $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) = 0$.

21. Determinați probabilitatea ca alegând o funcție f din mulțimea $\{f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4\}\}$ aceasta să fie strict monotonă.

22. Fie $B(0, 1)$ și $C(3, 5)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AD , dacă $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

23. Fie $A(-1, 1)$ și $B(5, 3)$. Scrieți ecuația medianei din O în triunghiul OAB .

24. Fie $A(a, 2a + 1)$, $B(b + 1, 2b + 3)$, $C(0, 1)$, cu $a, b \in \mathbb{R}$. Arătați că A , B și C sunt coliniare.