

Clasa a IX-a

1. Calculați $(3 \sin x - \cos x)^2 + (\sin x + 3 \cos x)^2$, $x \in \mathbb{R}$.
2. Triunghiul ABC are aria egală cu 9, perimetrul egal cu 6 și raza cercului circumscris egală cu 6. Arătați că triunghiul ABC este echilateral.
3. În triunghiul ABC , $\sin 2A = 2 \cos A$. Arătați că triunghiul este dreptunghic.
4. Funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ are axe de simetrie dreptele $x = 1$ și $x = 2$. Arătați că f este periodică.
5. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + ax - 3$. Determinați valorile reale ale lui a pentru care f este monotonă pe $[1, \infty)$ și nu este monotonă pe $[0, \infty)$.
6. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax - 3$. Determinați valorile reale ale lui a pentru care $f(x) \geq 1, \forall x > 1$.

Clasa a X-a

7. În dezvoltarea $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)^{21}$, determinați rangul celui mai mic termen.
8. Determinați valorile $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care dezvoltarea $(\sqrt[3]{2} + \sqrt[5]{3})^n$ are exact 10 termeni raționali.
9. Determinați coeficientul lui x^5 din dezvoltarea $(x^3 + 2x + 1)^{10}$.
10. Fie d dreapta de ecuație $3x + 4y - 7 = 0$ și $A(\alpha, \beta)$, cu $\alpha, \beta \in \mathbb{Q}$. Arătați că distanța de la A la d este număr rațional.
11. Fie $A(-1, 0)$, $B(3, 5)$ și $C(1, 2)$. Arătați că aria triunghiului ABC este număr rațional.
12. Fie $A(1, 3)$, $B(3, 5)$ și $C(2, \alpha)$ unde $\alpha \in \mathbb{N}$, $\alpha \neq 4$, $\alpha \leq 1000$. Determinați cea mai mare valoare a lui α pentru care centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele numere întregi.