Clasa a IX-a

13. Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ o progresie aritmetică cu $a_2 = 7$. Să se determine suma primilor 3 termeni ai progresiei.

14. Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ o progresie geometrică cu $a_{2018} = 5$ şi $a_{2021} = 625$. Să se determine raţia progresiei.

15. Să se calculeze $S_n = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{64} + \ldots + (-1)^n \frac{1}{4^n}$, $n \geq 1$.

16. Să se calculeze $S = 2 + 22 + 222 + \ldots + 22222222$.

17. Să se calculeze $S_n = 1 + 5 \cdot \frac{1}{7} + 9 \cdot \frac{1}{49} + \ldots + (4n+1)\frac{1}{7^n}$.

18. Dacă $(a_n)_{n\geq 1}$ este o progresie geometrică, arătaţi că

$$(a_1 a_2 \cdot \ldots \cdot a_n)^2 = (a_1 a_2)^n, \quad \forall\, n \in \mathbb{N}^*.$$

Clasa a X-a

19. Să se determine $z \in \mathbb{C}$ cu proprietatea că $|z| = 3$ şi $|z - 3\mathrm{i}| = 3$.

20. Fie $z \in \mathbb{C}$ cu $|z| = 1$. Să se arate că există $a \in \mathbb{R}$ astfel încât

$$z = \frac{1 - a\mathrm{i}}{1 + a\mathrm{i}}.$$

21. Fie $z \in \mathbb{C}$ cu $z^5 = z^{34} = 1$. Să se calculeze $1 + z + z^2 + \ldots + z^{2018}$.

22. Fie $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $f(z) = z^2 + 5z$. Să se arate că f este surjectivă.

23. Fie $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $f(z) = z + \frac{1}{3}\overline{z}$. Să se arate că f este injectivă.

24. Să se rezolve în mulţimea numerelor complexe ecuaţia

$$z^3 = \overline{z}.$$