

Clasa a IX-a

13. Pentru orice număr natural nenul k se notează $a_k = 2k - 1$. Determinați numărul natural n pentru care $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 169$.

14. Determinați numerele întregi y pentru care $\left[\frac{2y + 3}{4} \right] = 5$.

15. Arătați că, dacă a și b sunt soluțiile ecuației $x^2 - 3x + 1 = 0$, atunci numărul $r = \frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2}$ este rațional.

16. Determinați cel mai mare număr întreg p pentru care ecuația $x^2 - 5x + p = 0$

are soluțiile întregi.

17. Știind că $ABCD$ este un dreptunghi cu $AB = 6$ și $BC = 8$, calculați lungimea vectorului $\vec{v} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$.

18. Calculați valoarea minimă a perimetrului unui trapez isoscel circumscris unui cerc dat, cu lungimea razei egală cu R .

Clasa a X-a

19. Calculați modulul numărului complex $z = \frac{3 + 5i}{5 - 3i}$.

20. Determinați numărul întreg k știind că numărul $z = 1 + 3i$ este o soluție a ecuației $x^2 - 2x + 3k + 1 = 0$.

21. Considerând numărul complex $A = -\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$, arătați că numărul $L = A^3 + (\bar{A})^3$ este întreg.

22. Arătați că: $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[9]{2} \cdot \sqrt[27]{2} \cdot \dots \cdot \sqrt[3^n]{2} < \sqrt{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

23. Determinați mulțimea $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 9^x - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0\}$.

24. Determinați funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ care are inversa $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(t) = 2t - 5$.