

Clasa a IX-a

13. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție definită prin $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$. Să se arate că funcția f este nemărginită.

14. Să se determine valorile reale ale lui a pentru care funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = ax^2 + 3x + 1$, este monotonă.

15. Să se determine valorile reale ale lui a pentru care funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = x^4 + ax + 1$, este funcție pară.

16. Să se arate că dacă $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}$, atunci $A = B$.

17. Să se arate că $3 \sin x + 4 \cos x \leq 5$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

18. Fie $ABCD$ un patrulater și M, N, P, Q mijloacele laturilor sale. Să se arate că $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{QD}$.

Clasa a X-a

19. Să se determine cel mai mare element al mulțimii

$$\{|z| \mid z \in \mathbb{C}, |z - 2 + 3i| \leq 4\}.$$

20. Fie mulțimea $U_n = \{z \in \mathbb{C} \mid z^n = 1\}$. Să se determine numărul elementelor mulțimii $U_6 \cup U_{15}$.

21. Să se determine valorile reale ale lui a pentru care funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = x^3 + ax + 1$ este injectivă.

22. Să se arate că funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = x^5 + 2$, este surjectivă.

23. Să se arate că funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 5,$$

este bijectivă.

24. Să se arate că funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = x^4$, se poate scrie ca sumă de două funcții strict monotone.