

## PROBLEME PENTRU EXAMENE NAȚIONALE

### Clasa a IX-a

13. Determinați funcțiile  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  cu proprietatea că  $f(x+1) \leq x \leq f(x) + 1$ , oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ .
14. Determinați funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  al cărei grafic este
- $$\{(x+1, 2x+1) \mid x \in \mathbb{R}\}.$$
15. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = [x] + 1$ . Determinați  $f^{-1}(\mathbb{N})$ .
16. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \{x\} + 2$ . Determinați  $f\left(\left(1, \frac{3}{2}\right)\right)$ .
17. Arătați că funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+1}$  este mărginită..

### Clasa a X-a

18. Rezolvați ecuația  $\sqrt[3]{8-x} + \sqrt{x-3} = 3$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
19. Rezolvați ecuația  $2^x + \sqrt{3^x} = \sqrt{5^x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
20. Arătați că funcția  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = a^x + a^{-x}$ , cu  $a > 0$ , este crescătoare.
21. Fie  $a, b, c \in (0, \infty)$ , cu  $abc = 1$ . Arătați că funcția  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (1+a^x)(1+b^x)(1+c^x)$  este crescătoare.
22. Arătați că funcția  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \log_3 x$  este injectivă.