

## PROBLEME PENTRU EXAMENE NAȚIONALE

### Clasa a IX-a

13. Calculați  $\cos^4 15^\circ - \sin^4 15^\circ$ .
14. Calculați  $\sin(\pi - x) \sin x - \cos(\pi - x) \cos x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
15. În triunghiul  $ABC$  avem  $R = 6$  și  $r = 3$ . Calculați aria triunghiului  $ABC$ .
16. În triunghiul  $ABC$  avem  $a = 1$ ,  $b = 2$  și lungimea medianei din  $A$  este egală cu  $c$ . Calculați aria triunghiului  $ABC$ .
17. Determinați valorile reale ale lui  $m$  pentru care
- $$x^2 + mx + 1 > 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$
18. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - (m + 1)x + m$ ,  $m \in \mathbb{R}$ . Determinați valorile reale ale lui  $m$  pentru care  $f(x) < 0$ ,  $\forall x \in (0, 1)$ .

### Clasa a X-a

19. Fie  $A(0, 1)$ ,  $B(2, 4)$ ,  $C(-4, 6)$ . Determinați coordonatele punctului de intersecție a mediatoarei segmentului  $[BC]$  cu dreapta  $AB$ .
20. Fie  $A(1, 5)$  și  $B(2, 1)$ . Determinați coordonatele punctului  $M$  de pe axa  $Ox$  pentru care  $AM = BM$ .
21. Determinați probabilitatea ca alegând un număr natural de două cifre, acesta să aibă cifrele distincte și pare.
22. Rezolvați ecuația  $\sin^2 x = \cos(\pi - x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
23. Fie  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  soluțiile ecuației  $4z^2 - 0,123z + 16 = 0$ . Calculați  $|z_1| + |z_2|$ .
24. Determinați  $z \in \mathbb{C}$  pentru care  $z^6 = 1$  și  $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ .

**Clasa a XI-a**

**25.** Se consideră matricele  $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & a \\ a & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

- a) Calculați  $\det(A(1))$ .
- b) Calculați  $\det(A(1) + A(2) + \dots + A(10))$ .
- c) Determinați inversa matricei  $B = I_3 + A(2) + A(1)$ .

**26.** Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 2}$ .

- a) Scrieți ecuația asimptotei spre  $\infty$  la graficul lui  $f$ .
- b) Determinați imaginea funcției  $f$ .
- c) Determinați intervalele de monotonie ale funcției  $f$ .

**Clasa a XII-a**

**27.** Se consideră polinomul  $f = X^3 + aX^2 + 8x + 1$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

- a) Calculați  $f(1) - f(-1)$ .
- b) Determinați valorile lui  $a$  pentru care  $(1 + x_1)(1 + x_2)(1 + x_3) = 4$ , unde  $x_1, x_2, x_3$  sunt rădăcinile complexe ale lui  $f$ .
- c) Arătați că există cel puțin șapte valori întregi ale lui  $a$  pentru care  $f$  nu are toate rădăcinile reale.

**28.** Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln(1 + x^2)$ .

- a) Calculați  $\int_0^1 xf(x)dx$ .
- b) Determinați primitiva  $F$  a lui  $f$  cu  $F(0) = 5$ .
- c) Calculați aria suprafeței mărginite de graficul lui  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele  $x = 0$  și  $x = \sqrt{e^2 - 1}$ .