

PROBLEME PROPUSE

PROBLEME PENTRU EXAMENE NAȚIONALE¹⁾

Prezentăm mai jos un model pentru proba de matematică a Evaluării Naționale a elevilor din clasa a VIII-a.

SUBIECTUL I

1. Rezultatul calculului $0,02 - 2 : 100$ este egal cu ...
2. Dacă $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$, atunci $\frac{b-a}{b+a}$ este egal cu ...
3. Cel mai mic număr natural din intervalul $[-3, 4)$ este egal cu ...
4. Diagonala unui pătrat are lungimea egală cu 6 cm. Perimetrul pătratului este egal cu ... cm.
5. În tetraedrul regulat $ABCD$ măsura unghiului dintre dreptele AB și CD este egală cu ... °
6. În tabelul de mai jos sunt trecute rezultatele obținute la un test de matematică de elevii unei clase.

Nota	1 – 4,99	5 – 6,99	7 – 8,99	9 – 10
Numărul elevilor	5	8	7	4

Numărul elevilor care au obținut note mai mari sau egale cu 7 este ...

SUBIECTUL al II-lea

7. Desenați pe foaia de examen un trunchi de con circular drept și notați-l $ABCD$.
8. Se dau numerele $a = 4 - \sqrt{7}$ și $b = 4 + \sqrt{7}$. Calculați diferența dintre media aritmetică și media geometrică a celor două numere.
9. Într-o clasă sunt 24 de elevi, băieți și fete. Dacă în clasă mai vin 3 băieți și pleacă 5 fete, atunci numărul băieților este egal cu numărul fetelor. Câți băieți și câte fete sunt în clasă?
10. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{3} + 1$.
 - a) Calculați $f(\sqrt{3}) - f(-\sqrt{3})$.
 - b) Aflați măsura unghiului format de reprezentarea grafică a funcției și axa Ox .
11. Fie x, y numere reale. Arătați că

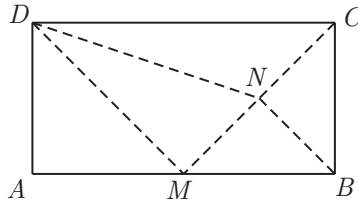
$$E(x, y) = (x + y - 2)^2 - (x - y)(x + y) - 2(y - 1)^2 - 2x(y - 2)$$

nu depinde de x și y .

¹⁾ La problemele din această rubrică nu se primesc soluții. (N.R.)

SUBIECTUL al III-lea

12. În figura 1 este schița unui teren având forma dreptunghiului $ABCD$ cu $AB = 12$ dam și $BC = 6$ dam. Punctul M este mijlocul segmentului AB , iar punctul N este mijlocul segmentului CM .



- Aflați aria patrulaterului $AMND$.
- Arătați că $DM \parallel BN$.
- Calculați perimetrul trapezului $DMBN$.

13. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un trunchi de piramidă patrulateră regulată în care $AB = 18$ cm, $A'B' = 8$ cm și $AA' = \sqrt{194}$ cm.

- Arătați că înălțimea trunchiului de piramidă este egală cu 12 cm.
- Calculați volumul piramidei din care provine trunchiul de piramidă.
- Aflați distanța de la O , centrul bazei $ABCD$, la planul (BCC') .

Clasa a IX-a

14. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x - 1$. Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $f(a) = f(1)$.

15. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x - 1$. Rezolvați inecuația $f(x) \leq f(1)$.

16. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x - 1$. Aflați

$$\{a \in \mathbb{R} \mid f([1, a]) \text{ este un interval de lungime } 2\}.$$

17. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x - 1$. Determinați

$$\left\{x \in \mathbb{R} \mid f(f(x)) \leq -\frac{5}{4}\right\}.$$

18. Fie $a \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, cu $\sin a = 2 \cos a$. Calculați $\operatorname{tg} 2a$.

19. Fie $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, cu $\operatorname{tga} = 4 \operatorname{ctga}$. Calculați $\sin a + 2 \cos a$.

Clasa a X-a

- 20.** Determinați coeficientul lui x^8 din dezvoltarea lui $(1+x)(2-3x^2)^5$.
- 21.** Determinați numărul elementelor mulțimii $\{C_9^{k+1} - C_9^k \mid k = \overline{0,8}\}$.
- 22.** Calculați $\frac{C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + C_n^6 + \dots}{C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + C_n^7 + \dots}$.
- 23.** Arătați că $(1+x)^n + (1-x)^n \leq 2^n$, oricare ar fi $x \in [-1,1]$ și $n \in \mathbb{N}$.
- 24.** Aflați numărul termenilor iraționali din dezvoltarea $(\sqrt{2} + \sqrt[4]{5})^{100}$.
- 25.** Arătați că $n+1$ divide C_{2n}^n , oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

Clasa a XI-a

- 26.** Considerăm sistemul de ecuații liniare

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = a \\ ax - y + z = 1 \\ x + 2y - 3z = 0 \end{cases}, \text{ unde } a \in \mathbb{Z}.$$

- a) Să se calculeze determinantul sistemului.
 b) Să se arate că sistemul este compatibil determinat, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$.
 c) Să se rezolve sistemul pentru $a = 0$.

- 27.** Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = e^x + x^2 + 1$.

- a) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției în punctul $(0,2)$.
 b) Să se arate că funcția f este convexă.
 c) Să se arate că $f(x) \geq x + 2$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

Clasa a XII-a

- 28.** Fie polinomul $f = X^3 - X^2 + X - 5 \in \mathbb{R}[X]$ și x_1, x_2, x_3 rădăcinile lui.

- a) Să se calculeze $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.
 b) Să se afle restul împărțirii lui f la $X^2 - X + 4$.
 c) Să se arate că f are exact o rădăcină reală.

- 29.** Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = x^2 + 1$.

- a) Să se calculeze $\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx$.
 b) Să se calculeze $\int_0^1 \frac{f(x)}{f(x^2)} dx$.

c) Să se arate că $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_1^2 \frac{dx}{f^n(x)} = 0$.