

## PROBLEME PROPUSE

### PROBLEME PENTRU EXAMENE NAȚIONALE<sup>1)</sup>

#### Clasa a IX-a

13. Fie  $a, b \in \mathbb{R}$  cu  $a + b = 10$  și  $ab = 1$ . Calculați  $a^3 + b^3$ .
14. Fie  $a, b \in \mathbb{R}^*$  astfel încât  $\frac{a}{b} = \sqrt{3}$ . Calculați  $\frac{a^2 - ab + 2b^2}{2a^2 - ab + b^2}$ .
15. Fie  $a > 0$  astfel încât  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 14$ . Calculați  $a^5 + \frac{1}{a^5}$ .
16. Arătați că numărul  $\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$  este număr natural.
17. Arătați că  $x^2 - 5xy + 7y^2 \geq 0$  pentru orice  $x, y \in \mathbb{R}$ .
18. Arătați că  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq (a+b)(c+d)$ , oricare ar fi  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

#### Clasa a X-a

19. Rezolvați ecuația  $\sqrt{(x-1)^2} = x - 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
20. Rezolvați ecuația  $\sqrt[3]{(x-2)^3} = x - 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
21. Care dintre ecuațiile  $\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{8}$  și  $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1} = \sqrt{8}$  are mai multe soluții reale?
22. Determinați valoarea de adevăr a propoziției:  
$$\sqrt[6]{(1 - \sqrt{2})^2} = \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}}.$$
23. Fie  $z \in \mathbb{C}$  cu  $|z| = 1$ . Determinați partea reală a numărului  $\frac{iz - 1}{1 + iz}$ .
24. Determinați  $z \in \mathbb{C}$  știind că  $|z| = |z - 1| = |z - i|$ .

---

<sup>1)</sup> La problemele din această rubrică nu se primesc soluții. (N.R.)