

PROBLEME PENTRU EXAMENE NAȚIONALE¹⁾

Clasele a VII-a și a VIII-a

Prezentăm mai jos un model pentru proba de matematică a Evaluării Naționale a elevilor din clasa a VIII-a.

SUBIECTUL I

1. Dacă numărul $\sqrt{273x}$ este multiplu al lui 5, atunci $x \in \{\dots\}$
2. Rezultatul calculului $1 + 2 + 2^2 + 2^3$ este egal cu ...
3. Fie $M = \{x \mid x \text{ este ultima cifră a unui pătrat perfect}\}$. Elementele mulțimii M sunt ...
4. Într-un paralelogram $ABCD$, distanța de la A la DC este egală cu 5 cm. Distanța de la C la AB este egală cu ... cm.
5. O piramidă triunghiulară regulată are toate muchiile de 3 cm. Aria totală a piramidei este egală cu ... cm^2 .
6. Aria unui pătrat cu diagonala de 6 cm este egală cu ... cm^2 .

SUBIECTUL al II-lea

7. Desenați o piramidă patrulateră regulată cu vârful S și baza $ABCD$.
8. Aflați media geometrică a numerelor $a = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{5} + 1)$ și $b = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{5} - 1)$.
9. Calculați: $\left(1 + \frac{1}{x+1}\right) \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2-x} + \frac{2}{x^2-4}\right)$.
10. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$. Reprezentarea grafică a funcției intersectează axele de coordonate în $A(2, 0)$ și $B(0, 4)$.
 - a) Reprezentați grafic funcția;
 - b) Determinați a și b .
11. Se consideră un romb cu latura egală cu 16 cm și un unghi cu măsura de 30° . Aflați distanța dintre două laturi opuse.

SUBIECTUL al III-lea

12. Un teren are forma unui triunghi dreptunghic ABC cu catetele $AB = 15$ m și $AC = 20$ m.
 - a) Aflați perimetrul triunghiului ABC .
 - b) Calculați cea mai mică distanță de la punctul A la latura BC .
 - c) Dacă pe 20% din suprafața terenului este așezată o casă, aflați câți metri pătrați rămân disponibili pentru grădină.
13. O cutie are forma unui paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 8$ cm, $BC = 24$ cm și $AA' = 6$ cm.
 - a) Calculați volumul paralelipipedului.
 - b) Aflați perimetrul triunghiului $A'BC'$.

¹⁾ La problemele din această rubrică nu se primesc soluții.

c) Se poate împacheta în cutie o bară metalică cu lungimea de 27 cm? Justificați răspunsul dat.

Clasa a IX-a

14. Să se determine coordonatele punctelor de intersecție ale graficelor funcțiilor $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4x - 6$ și $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 5x$.

15. Să se determine valorile reale ale lui m știind că minimumul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + mx + 3$ este egal cu -2 .

16. Să se determine numerele reale x și y pentru care $6x + 6y = 5$ și $x^2 + y^2 = 13/36$.

17. Să se determine perioada principală a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 \sin x - \cos 2x$.

18. Să se arate că $(1 - \operatorname{ctg} 23^\circ)(1 - \operatorname{ctg} 22^\circ) = 2$.

19. Fie $a, b, c > 0$ cu $a + b + c = \pi$. Să se arate că $8 \sin \frac{a}{2} \sin \frac{b}{2} \sin \frac{c}{2} \leq 1$.

Clasa a X-a

20. Să se determine numărul submulțimilor mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ care conțin elementul 2.

21. Să se determine numărul permutărilor mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ care au numărul 2 pe o poziție de rang par.

22. Să se determine numărul funcțiilor $f : \{1, 2, \dots, 10\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 20\}$ care sunt strict crescătoare și pentru care $f(1) = 10$.

23. Să se determine numărul funcțiilor impare

$$f : \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}.$$

24. Să se determine numărul termenilor iraționali din dezvoltarea

$$(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^{50}.$$

25. Să se determine cel mai mare termen al dezvoltării $(2 + 3)^{10}$.

Clasa a XI-a

26. Considerăm funcția $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + x) - x - \frac{x^2}{2}$.

a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$.

b) Să se arate că funcția este monotonă.

c) Să se arate că graficul funcției nu are asimptote.

27. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-3\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{x+3}$.

a) Să se determine asimptotele graficului funcției.

b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)^x$.

c) Să se calculeze limita șirului $(a_n)_{n \geq 1}$ definit prin

$$a_1 = 1 \text{ și } a_{n+1} = f(a_n), n \geq 1.$$

Clasa a XII-a

28. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{arctg} x$.

a) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x f(t) dt$.

c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \operatorname{arctg} \left(\frac{k}{n} \right)$.

29. Se consideră polinomul $P = X^3 - 3X + m \in \mathbb{R}[X]$.

a) Să se calculeze suma pătratelor rădăcinilor complexe ale lui P .

b) Să se determine toate valorile lui $m \in \mathbb{R}$ astfel încât toate rădăcinile lui P să fie numere reale.

c) Să se determine toate valorile lui $m \in \mathbb{Z}$ astfel încât toate rădăcinile lui P să fie numere întregi.