

C.O:5094. Se consideră patrulaterul convex $ABCD$ și A', B', C', D' centrele cercurilor circumscrise triunghiurilor BCD, CDA, DAB , respectiv ABC . Să se arate că $\frac{DA \cdot BC}{AB \cdot CD} = \frac{D'A' \cdot B'C'}{A'B' \cdot C'D'}$.

Lucian Petrescu, Tulcea

Liceu

C.O:5095. Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\pi}^{2\pi} \frac{|\sin nx|}{x} dx$.

Marian Cucoaneș, Mărășești, Vrancea

C.O:5096. Fie $\alpha \in \mathbb{R}$ și $p, n \in \mathbb{N}$ cu $1 \leq p < n$. Să se determine numerele reale a_1, a_2, \dots, a_n știind că suma oricăror p dintre cele n numere este mai mare sau egală cu α , iar suma celor n numere este mai mică sau egală decât $\frac{n}{p}\alpha$.

Ioan Băetu, Botoșani

C.O:5097. Să se determine toate valorile numărului natural $n \geq 2$ pentru care este îndeplinită condiția: oricum am lua n puncte distincte A_1, A_2, \dots, A_n , există o posibilitate de a orienta cele $\frac{1}{2}n(n-1)$ segmente determinate de aceste puncte astfel încât suma celor $\frac{1}{2}n(n-1)$ vectori obținuți să fie nulă.

Mihai Bălună, București

C.O:5098. Fie n un număr natural impar și $P \in \mathbb{R}[X]$ un polinom neconstant cu toate rădăcinile reale. Arătați că funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[n]{P(x)}$ este indefinit derivabilă pe \mathbb{R} dacă și numai dacă f este funcție polinomială.

Ioan Băetu, Botoșani

PROBLEMS FOR COMPETITIONS AND OLYMPIADS

Junior Level

C.O:5090. Find $x, y \in \mathbb{R}$ such that:

$$\max \left\{ x^2 + y + \frac{1}{4}, y^2 + x + \frac{1}{4} \right\} + |x - y| = 0.$$

Traian Tămâian, Carei, Satu Mare

C.O:5091. Find $n \geq 3$ such that for all $m \in \mathbb{N}$, $2 \leq m < n$, one and only one of the following statements hold:

- a) $(m, n) \neq 1$;
- b) m is prime.

Lucian Petrescu, Tulcea

C.O:5092. Consider $a, b \in \mathbb{R}$ with $3(a^2 + b^2) - 4a + 2b + 1 = 0$. Show that $\left|a + b - \frac{1}{3}\right| \leq \frac{2}{3}$ and $|a - b - 1| \leq \frac{2}{3}$.

Ovidiu Pop, Satu Mare

C.O:5093. Let $ABCD$ be a convex quadrilateral and let A', B', C', D' be the circumcircles of the triangles BCD, CDA, DAB, ABC respectively. Prove that $\frac{DA \cdot BC}{AB \cdot CD} = \frac{D'A' \cdot B'C'}{A'B' \cdot C'D'}$.

Lucian Petrescu, Tulcea

Senior Level

C.O:5094. Compute $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\pi}^{2\pi} \frac{|\sin nx|}{x} dx$.

Marian Cucoaneș, Mărășești, Vrancea

C.O:5095. Let $\alpha \in \mathbb{R}$ and $p, n \in \mathbb{N}$ with $1 \leq p < n$. Find the real numbers a_1, a_2, \dots, a_n so that the sum of any p numbers is at least α , while the sum of all n numbers is at most equal to $\frac{n}{p}\alpha$.

Ioan Băetu, Botoșani

C.O:5096. Find all values of the integer $n \geq 2$ for which the following claim holds: for any n distinct points A_1, A_2, \dots, A_n , there exists an orientation of all $\frac{1}{2}n(n-1)$ segments with the endpoints in the selected points such that the sum of all $\frac{1}{2}n(n-1)$ vectors obtained is equal to $\vec{0}$.

Mihail Bălună, Buchrest

C.O:5097. Let n be an odd positive integer and let $P \in \mathbb{R}[X]$ a non constant polynomial having only real roots. Show that the function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[n]{P(x)}$ is indefinitely differentiable on \mathbb{R} if and only if f is a polynomial function.

Ioan Băetu, Botoșani

DIN VIAȚA SOCIETĂȚII

Programul activităților

**Filialelor S.S.M.R. și Inspectoratelor Școlare Județene
în perioada ianuarie – iunie 2010 (completare)**

**Activități ale Filialei Bacău a S.S.M.R. și ale Inspectoratului
Școlar Județean Bacău**

Februarie 2010

27 februarie – Sesiunea de comunicări *Interdisciplinaritate în predarea
matematicii* – Universitatea *Vasile Alecsandri* din Bacău

Martie 2010