

DIDACTICA MATEMATICĂ

SUPLIMENT AL GAZETEI MATEMATICE

ANUL al VI-lea

Nr. 1/2016

Modele de lecții

Elipsa. Hiperbola. Parabola

de ALEXANDRU NEGRESCU

Vom prezenta un model de lecție pentru a introduce elevilor noțiunile de elipsă, hiperbolă și parabolă. Aceste conice fundamentale sunt de o importanță deosebită în fizică, inginerie, biologie etc.

Începutul studiului conicelor este atribuit matematicienilor Greciei Antice. **Menaechmus** a fost cel care a folosit pentru prima dată conicele, în căutarea rezolvării celebrei probleme a dublării cubului¹. După Menaechmus s-au ocupat de conice și **Aristaeus** și **Euclid**, dar primele rezultate importante din domeniu au venit de la **Arhimede**, care a fost pasionat, în mod special, de studiul parabolei. În secolul al III-lea î. Hr. acesta a scris *Cvadratura parabolei* ca o scrisoare adresată prietenului său Dositei. Lucrarea conține 24 de propoziții privitoare la parabolă iar afirmația principală este că regiunea delimitată de un segment cu vârfurile pe parabolă și arcul corespunzător de parabolă are aria de $\frac{4}{3}$ ori mai mare ca aria triunghiului ce are drept bază segmentul considerat mai sus și vârful situat pe arcul de parabolă, cel mai depărtat de baza triunghiului. În cele 32 de propoziții ale lucrării *Despre conoizi și sferoizi*, Arhimede a calculat ariile și volumele unor secțiuni de conuri, sfere și paraboloidi. El s-a ocupat de studiul parabolelor și al paraboloidilor și în lucrările *Despre echilibrul planelor* și *Despre corpurile plutitoare*.

Înflorirea studiului conicelor a venit cu **Apollonius din Perga**, cel care le-a oferit respectul meritat în tratatul său *Conice*. În cele opt volume ale

¹Dându-se un cub, se cere construirea unui al doilea cub, al cărui volum este dublu față de volumul cubului inițial, folosind doar rigla negradată și compasul. Problema poartă numele și de *problema delică* deoarece dorința dublării cubului vine de la cetățenii orașului Delos, care au consultat oracolul din Delphi pentru a scăpa de o ciumă trimisă de zeul Apollo. Oracolul le-a răspuns că trebuie să dubleze volumul altarului lui Apollo, care avea forma unui cub. Este evident că dacă două cuburi au raportul volumelor egal cu 2, atunci raportul lungimilor muchiilor este $\sqrt[3]{2}$. Matematicianul francez **Pierre Laurent Wantzel** a fost cel care a demonstrat în 1837 că rădăcina cubică a lui 2 nu se poate construi doar cu rigla negradată și compasul.

lucrării sale, Apollonius a expus tot ce era cunoscut despre secțiunile conice – de referință a fost cartea *Conice* a lui Euclid, care, apoi, s-a pierdut – și a adăugat multe propoziții originale (de exemplu, maniera de prezentare a parabolei diferă de cea a înaintașilor săi).

O nouă abordare în studierea conicelor a fost reprezentată de folosirea metodelor algebrice de către matematicienii francezi **René Descartes** și **Pierre de Fermat**. Matematicianul și teologul englez **John Wallis** a fost primul care a definit secțiunile conice ca exemple de ecuații de gradul al doilea în cartea *Tractatus de sectionibus conicis* din 1655.

Pentru început, vom prezenta conicele în stilul lui Apollonius.

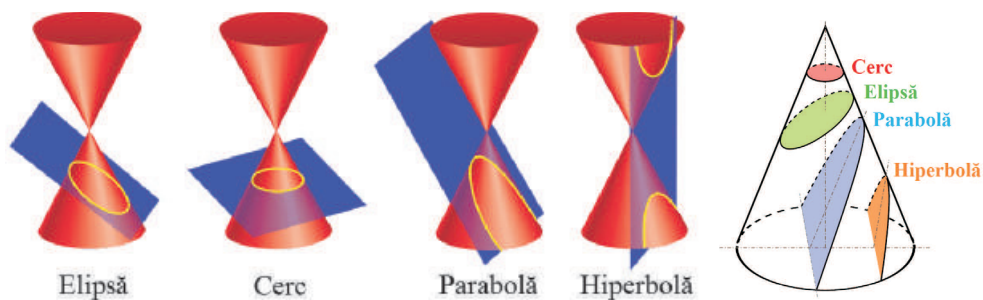
O *conică* este o curbă obținută la intersecția unui plan cu suprafața unui con circular drept, dublu (un con cu două pânze). Dacă planul trece prin vârful conului dublu, acesta va intersecta suprafața conului într-un punct, după o dreaptă sau după o pereche de drepte concurente. Astfel de conice se numesc *conice degenerate* și nu suntem interesați de studiul lor.

În funcție de poziția planului de intersecție, există trei tipuri de conice: *elipsa*, *parabola* și *hiperbola*.

Elipsa se obține atunci când planul intersectează suprafața conului după o curbă închisă. *Cercul*, care este un tip particular de elipsă, se obține atunci când planul de intersecție este perpendicular pe axa conului.

Dacă planul de intersecție este paralel cu o dreaptă generatoare a conului, atunci curba obținută este nemărginită și se numește *parabolă*.

În cazul rămas, în care planul nu intersectează suprafața conului după o curbă închisă și nu este paralel cu o dreaptă generatoare a conului, se observă că planul intersectează ambele jumătăți ale conului dublu după două curbe separate și nemărginite. Aceste două curbe formează o *hiperbolă*.



Mai departe, vom studia fiecare dintre cele trei conice menționate, punând în evidență alte caracterizări ale acestora.

(Cititi articolul integral in versiunea tiparita)