

$$- (M'N'_1)^2 = 9 \left( 1 + \frac{4\sqrt{219}}{73} \right), \text{ iar } (M'N'_2)^2 = 9 \left( 1 + \frac{4\sqrt{82}}{41} \right); \text{ e suficient}$$

să comparăm  $\frac{\sqrt{219}}{73}$  cu  $\frac{\sqrt{82}}{41}$ . Le ridic și pe ele la pătrat, și constat că mai trebuie să compar  $\frac{219}{73^2}$  cu  $\frac{82}{41^2}$ , adică  $\frac{3}{73}$  cu  $\frac{2}{41}$ , adică  $\frac{123}{73 \cdot 41}$  cu  $\frac{146}{73 \cdot 41}$ . Evident, e mai mare ultimul, deci  $M'N'_1 < M'N'_2$ .

- Și soluția e gata! Să nu uităm însă că la fiecare problemă trebuie să facem...

### Analiza critică și constructivă

Este într-adevăr  $MP \cup PN$  drumul de lungime minimă?

- ...

- Desigur! Privind drumul „desfășurat” al furnicii, dacă ea merge de la  $M'$  la  $N'_1$  prin interiorul patrulaterului  $V'A'D'C'_1$ , atunci drumul ei va fi cel puțin cât  $M'N'_1$ , iar dacă merge prin interiorul lui  $V'A'B'C'_2$ , drumul ei va fi cel puțin cât  $M'N'_2$ , care am văzut că e mai lung decât  $M'N'_1$ . Dacă furnica face niște mișcări mai „ciudate”, pornind, să zicem, pe  $V'A'D'C'_1$ , apoi revenind pe  $V'A'$ , fără a ajunge la  $V'C'_1$ , înlocuim pur și simplu bucla descrisă cu segmentul dat de capetele ei, care e mai scurt decât ea. În acest mod, eliminăm toate buclele (ele sunt în număr finit, căci furnica nu e veșnică!) și ne reducem la cazul deja discutat. Dacă furnica nu ajunge nici pe interiorul lui  $V'A'D'C'_1$ , nici pe al lui  $V'A'B'C'_2$ , atunci drumul ei „desfășurat” e practic  $M'V' \cup V'N'_1$ , care e, evident, mai lung decât  $M'N'_1$ , și, în acest moment, soluția e complet argumentată.

Această tehnică a desfășurării se poate aplica, desigur, la o întreagă clasă de probleme similare. Luați, vă rog, ca temă găsirea drumului de lungime minimă al furnicii pentru a ajunge din  $M$  înapoi în  $M$  pe un drum care să atingă toate fețele laterale ale piramidei date. Rezolvați problema și pentru o piramidă patrulateră arbitrară (adică, nu mai știți acele valori de laturi și nici că  $VA \perp (ABC)$ )! Tehnica se poate folosi cu succes și la anumite probleme legate de corpurile rotunde. Este de exemplu foarte ușor să aflăm aria laterală a unui cilindru (sau con) circular drept desfășurându-i suprafața laterală. Vă rog, tot ca temă, să calculați în acest mod aria laterală a unui cilindru circular drept cu raza bazei  $R$  și cu generatoarea  $G$ .

*Gabriel Mincu*

### Greșeli tipice

Exemplificăm necesitatea stabilirii unui plan de rezolvare a unei probleme printr-un exemplu simplu: un exercițiu care poate pune mici probleme elevilor din clasa a VII-a.

**Exercițiu:** Să se aducă la o formă cât mai simplă expresia algebrică

$$a^2 - (a - b)^2.$$

Mulți elevi scriu dintr-o dată dezvoltarea binomului și în același timp schimbă și semnul monoamelor corespunzătoare. Destui dintre ei greșesc, scriind, de exemplu:

$$a^2 - a^2 - 2ab + b^2 = -2ab + b^2.$$

În acest caz sunt două semne greșite, care au provenit din efectuarea simultană a dezvoltării binomului și schimbării semnelor. Pentru a evita aceasta este suficientă elaborarea unui plan de rezolvare cu trei etape:

- (1) Dezvoltarea binomului.
- (2) Desfacerea parantezei.
- (3) Reducerea termenilor asemenea.

Elevii vor lucra atunci cu atenție și vor obține toți rezultatul corect

$$\begin{aligned} a^2 - (a - b)^2 &= a^2 - (a^2 - 2ab + b^2) \\ &= a^2 - a^2 + 2ab - b^2 \\ &= 2ab - b^2. \end{aligned}$$

Greșeli similare se produc și la calcule cu fracții, de exemplu la simplificarea expresiei

$$a - \frac{a - b + c}{2}.$$

## GHIDUL PROFESORULUI

### Redactarea unui document matematic

În ultimii ani, numărul publicațiilor matematice de la noi a crescut. A crescut și numărul documentelor digitalizate redactate de profesori pentru activitățile cu elevii. Vom expune principalele jaloane ale redactării unui document matematic și ale standardelor profesionale și etice minimale.

#### Repere privind (tehno)redactarea matematică

Apariția calculatoarelor electronice a condus la ivirea unor metode noi de comunicare, ce s-au repercutat pozitiv și asupra tiparului. Editarea digitalizată s-a răspândit repede la sfârșitul secolului trecut iar unul dintre cele mai performante sisteme de editare,  $\text{\TeX}$ -ul, a fost inventat de un matematician la sfârșitul anilor '70. Vom prezenta câteva reguli privind redactarea și organizarea unui document matematic tipărit sau digitalizat.

Există o mare varietate de documente matematice tipărite, afișate pe internet, folosite în activitățile didactice, științifice, în public sau în comunicări personale. Toate respectă de obicei aceleași repere. Ne vom referi, în principal, la felul în care trebuie scris un articol. În cele mai multe cazuri structura este următoarea:

- titlul și autorii (inclusiv afilierea/locul de muncă)
- rezumatul
- introducerea