

**O olimpiada din Europa (Slovacia), 2008,
unele solutii si generalizari**

În fiecare an, de mai mult timp, una din tarile SLOVACIA, ROMÂNIA, UNGARIA, SERBIA, organizeaza o olimpiada de matematica, clasele IX-XII, pentru elevii de natioalitate maghiara din aceste tari. În anul 2008 a avut loc în SLOVACIA.

Prezentam câteva probleme cu solutii si unele generalizari.

1) Fie $f : R \rightarrow R$, astfel încât $f(x) + f(y) = f(x + y) + xy$, $\forall x, y \in R$

Daca $f(1)=1$, atunci exista $n \in Z$, $n \neq 1$, pentru care $f(n)=n$

2) Fie functia $f : N^* \rightarrow R$, care verifica relatia: $f(1)+2^2f(2)+\dots+n^2f(n)=n^3f(n)$,
 $\forall n \in N^*$

Daca $f(1)=2008$, sa se determine valoarea lui $f(2008)$.

3) La o conferinta au participat 2008 persoane, iar în fiecare grupa de câte 3 persoane, exista doua care vorbesc aceeasi limba. Stiind ca fiecare participant vorbeste cel mult 5 limbi, este posibil ca sa existe cel putin 202 persoane care vorbesc aceasi limba.

La problema nr. 2 se obtine prin inductie matematica ca $f(n) = \frac{2008}{n^2}$, $\forall n \in N^*$

$f(2008) = \frac{1}{2008}$ analog, daca $f(1) = a \in N^*$, se calculeaza la fel $f(b)$, $b \in N^*$.

Prof. Viorel Tudoran

ISJ. ARAD

Prof. Ioan Ucu Crisan

Grup scolar de Industrie Alimentara Arad