CONFERINTA NATIONALA -2008

GENERALIZÎRI ALE UNOR PROBLEME PROPUSE ÎN REVISTELE „MATHEMATICAL REFLECTIONS „ SI „CRUX MATHEMATICORUM”

de Ion Bursuc

<u>Problema 1:</u> S10(M.R. nr.2/2006)

Fie $?a_n?_{n?1}$ un sir de numere pozitive astfel încât $a_{n?1} ? a_n^2 ? 2$, pentru orice $n ? 1$.Aratati ca $a_n ? 2, ?? ?n ? 1$.

Laurentiu Panaitopol , Bucuresti

Generalizare:

Fie $f : ?0, ? ?? ?0, ? ?$ o functie strict crescatoare, bijectiva si continua ,astfel încât exista $a ? 0$ pentru care ecuatia $f(x) ? x ? a$ are o singura solutie $b ? ?0, ? ?$. Daca definim sirul $?a_n?_{n?1}$ de numere pozitive $a_{n?1} ? f ?a_n ? ? a, ?? ?n ? 1,$ atunci aratati ca $a_n ? b, ?? ?n ? 1$.

Ion Bursuc

Problema 6 U26(M.R. nr.5/2006)

Fie $f : ?a, b ?? R (0 ? a ? b)$ o functie continua pe $?a, b?$ si derivabila pe (a.b). Aratati ca exista $c ? (a, b)$ astfel încât: $\frac{2}{a ? c} ? f'(c) ? \frac{2}{b ? c}$.

Jose Luis Diaz-Barrero si Pantelimon George Popescu

Generalizare :

Fie $f, g : ?a, b?? R(0 ? a ? b)$ doua functii continue pe [a,b] si derivabile pe (a, b) . Daca $g?? 0$,atunci exista $c ? (a, b)$,astfel încât: $\frac{2}{g(a) ? g(c)} ? \frac{f'(c)}{g'(c)} ? \frac{2}{g(b) ? g(c)}$.

Problema 8 U49(M.R. nr.3/2007)

Fie $f : [0,1] ? [0, ?)$ o functie integrabila .Aratati ca:

$$?_0^1 f(x)dx ? ?_0^1 x^3 f(x)dx ? ?_0^1 xf(x) ? ?_0^1 x^2 f(x)dx.$$

Cezar Lupu , Bucuresti si Mihai Piticari , Câmpulung

Generalizare:

Fie $f, g[0,1] ? [0, ?)$ doua functii integrabile si $n, p, q ? N$ cu $n ? p ? q$, p<q. Aratati ca:

$$?_0^1 f(x)g^p(x)dx ? ?_0^1 f(x)g^{n?p}(x)dx ? ?_0^1 f(x)g^q(x)dx ? ?_0^1 f(x)g^{n?q}(x)dx.$$

<u>M292.</u> Let x be a positive number. Prove that $\sqrt{\frac{?x?}{x ? ?x?}} ? \sqrt{\frac{?x?}{x ? ?x?}} ? 1$, where [x] and {x} represent the integer part and the fractional part of x, respectively.

Jose Luis Diaz-Barrero

<u>Generalization.</u> (Ion Bursuc, professor, The National College of Computer Science “Spiru Haret”, Suceava, Romania)

Let there be the real numbers $a, b ? 0$ so that $\sqrt{\frac{a}{b}} ? \sqrt{\frac{b}{a}} ? 3$. Prove that for any $x ? 0$ we have $\sqrt{\frac{a?x?}{ax ? b?x?}} ? \sqrt{\frac{b?x?}{bx ? a?x?}} ? 1$.