Functii elementare

Prof. M. ZAHARIA, Scoala cu Clasele I-VIII „George Calinescu", Onesti
Prof. D. ZAHARIA, Colegiul National „Dimitrie Cantemir", Onesti

Rezumat

În manualele scolare sunt introduse si studiate functiile elementare: functiile polinomiale de gradul întâi, functiile polinomiale de gradul doi, functiile putere cu exponent natural nenul, functiile putere cu exponent întreg si nenatural, functiile putere cu exponent rational, functiile putere cu exponent real, functiile exponentiale, functiile trigonometrice directe (sin, cos, tg, ctg) si functiile trigonometrice inverse (arcsin, arccos, arctg, arcctg). Definirea riguroasa a functiilor elementare nu este o chestiune usoara.

<u>Exemplul</u> 1. Complicatii apar chiar de la definirea puterilor cu exponent rational. Într-adevar, daca r este un numar rational si $r \,?\, \frac{m}{n}, m \,?\, □, n \,?\, □, n \,?\, 0$ (adica $\frac{m}{n}$ este un reprezentant al numarului rational r), $a \,?\, □, a > 0$, atunci:

$$a^r \;?\; \begin{cases} \sqrt[|n|]{a^{m\cdot\operatorname{sgn} n}}, & |n| \,?\, 1 \\ a^{m\cdot\operatorname{sgn} n}, & |n| \,?\, 1 \end{cases}$$

unde sgn este functia semn. Dar definirea radicalului de ordin n este strâns legata de demonstrarea faptului ca ecuatia $x^n \,?\, a \,?\, 0$ $(n \,?\, □, n \,?\, 2, a ? □, a \,?\, 0)$ are o radacina reala pozitiva si aceasta este unica. Demonstratia necesita cunostinte serioase de analiza matematica.

<u>Exemplul</u> 2. Definirea puterilor cu exponent real este mult mai dificila deoarece aceasta presupune demonstrarea faptului ca daca a si x sunt doua numere reale date, $a \,?\, 1$ si $x \,?\, 0$, atunci exista un numar real unic y astfel încât

$$a^{x_n^?} \;?\; y \;?\; a^{x_n^?}, ?\, n \,?\, □$$

unde $x_n^?$, respectiv $x_n^?$ sunt aproximarile cu n zecimale ale lui x, prin lipsa, respectiv prin adaos, cu o eroare mai mica decât $10^{?1}$.

Cel putin motivele mentionate în cele doua exemple obliga la introducerea acestor notiuni în matematica scolara prin metode cu nivel foarte scazut al rigorii stiintifice.

Sa ne imaginam constructia matematicii scolare, conform programelor si manualelor actuale, din care excludem, *cu intentie*, tot ce are legatura cu notiunile care creeaza probleme de definire riguroasa: functiile putere cu exponent real, functiile exponentiale, functiile trigonometrice directe (sin, cos, tg, ctg) si functiile trigonometrice inverse. Desigur, vom avea o matematica scolara mai saraca. Dar cu aceasta matematica putem defini riguros ceea ce am exclus, printr-un bun echilibru între cunostintele matematice concrete si fundamentarea lor riguroasa. Acesta este aspectul care este probat prin continutul lucrarii.