O versiune integrală a *Lemei lui Kronecker*

Eugen PĂLTĂNEA
Universitatea *Transilvania* din Braşov

Lema lui Kronecker (Leopold Kronecker, 1823-1891) reprezintă un rezultat profund care stabileşte o conexiune între convergenţa unei serii numerice şi convergenţa la zero a unui şir numeric asociat (a se vedea, de exemplu, *http://en.wikipedia.org/wiki/Kronecker's lemma*). Importanţa matematică a acestui rezultat elementar este majoră. Printre altele, el serveşte demonstraţiei clasice a *Legii tari a numerelor mari* în teoria probabilitaţilor. Rezultatul clasic datorat lui Kronecker admite extinderi naturale, prin trecerea de la *discret* la *continuu*.

In lucrarea de faţă, având ca punct de plecare o lucrare recentă care evocă aria tematică respectivă (Gh. Budianu, *Kronecker type limits*, manuscris), propunem următoarea versiune integrală a lemei:

Fie $f, b : [a, \infty) \to \mathbb{R}$, *două funcţii reale cu proprietăţile:*
a) f *este local integrabilă pe* $[a, \infty)$, *iar integrala improprie* $\int_a^\infty f(t)\,dt$ *este convergentă;*
b) b *este strict pozitivă şi strict crescătoare pe* $[a, \infty)$, *cu* $\lim\limits_{x\to\infty} b(x) = \infty$.
Atunci $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{b(x)} \int\limits_a^x b(t)f(t)\,dt = 0.$

Punctul cheie al demonstraţiei îl reprezintă aplicarea teoremei de medie integrală *Bonnet-Weierstrass.*