



Olimpiada Națională de Matematică

Programa pentru clasele a IX-a – a XII-a

- o Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- o Pentru fiecare clasă, în programa prevăzută pentru etapa județeană/a sectoarelor municipiului București și pentru etapa națională sunt incluse, în mod implicit, și conținuturile programelor de olimpiadă de la etapa/etapele anterioare.
- o Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor școlare în vigoare.
- o Cunoștințele suplimentare prevăzute de prezenta programă pot fi folosite fără demonstrație.
- o Textele scrise cu font *italic* sunt conținuturi specifice programelor ONM, în completarea conținuturilor prevăzute de programele școlare ale disciplinei Matematică.

Clasa	Etapa locală	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București	Etapa națională
a IX-a	Algebră - o Elemente de logică matematică (conținutul programei școlare) - o Principiul inducției matematice. <i>Variante ale principiului inducției matematice.</i> - o Șiruri (funcții definite pe mulțimea numerelor naturale) - o Progresii aritmetice și geometrice - o <i>Recurențe liniare de ordinul I și II. Omografiile</i> $(x_{n+1} = (ax_n + b)/(cx_n + d))$ - o Funcții. Proprietăți generale ale funcțiilor (conținutul programei școlare, inclusiv funcții <i>injective, surjective, bijective, inversabile</i>)	Algebră - o Funcția de gradul al II-lea - o <i>Ecuatii în mulțimea numerelor întregi:</i> $ax + by = c ; x^2 + y^2 = z^2$ - o <i>Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi. Algoritmul lui Euclid. Numere pitagoreice</i> - o <i>Congruențe modulo n. Teoremele Fermat, Euler, Wilson.</i> - o <i>Inegalitatea mediilor. Inegalitatea Cauchy-Buniakovski-Schwarz. Inegalitatea lui Holder. Inegalitatea lui Bernoulli. Inegalitatea lui Cebâșev</i> - o <i>Puncte și linii importante în triunghi</i> - o <i>Concurență și coliniaritate în geometria plană: teorema lui Menelaus, teorema lui Ceva</i> - o <i>Patrulatere. Cerc. Patrulatere inscriptibile</i>	Algebră - o Funcția putere cu exponent întreg. Funcția radical - o <i>Densitatea în R a mulțimilor Q și $R \setminus Q$ (orice interval deschis de numere reale conține atât numere iraționale cât și numere raționale)</i> - o <i>Teorema de densitate a lui Kronecker (dacă a este irațional, mulțimea valorilor șirului $(\{na\})_{n \geq 1}$ este densă în [0,1])</i> Geometrie și trigonometrie - o Funcții trigonometrice. Ecuatii trigonometrice - o Aplicații ale trigonometriei în geometrie. - o Relații metrice: conținutul programei școlare (Teorema bisectoarei; relația lui Stewart; lungimile unor segmente importante din triunghi)



Clasa	Etapa locală	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București	Etapa națională
a X-a	Algebră ○ Mulțimea numerelor reale. Radicali. Logaritmi ○ Funcții injective, surjective, bijective ○ Funcții inversabile ○ Numere complexe ○ Aplicații ale numerelor complexe în geometrie	Algebră/Geometrie și trigonometrie ○ Funcții trigonometrice și invers trigonometrice ○ Ecuații trigonometrice ○ Funcții convexe. <i>Convexitatea funcțiilor putere, radical, exponențială, logaritmică, trigonometrice și invers trigonometrice. Inegalitatea lui Jensen</i> ○ Funcții putere, funcții radical. Ecuații cu radicali ○ Funcții și ecuații exponențiale și logaritmice	Algebră/Geometrie și trigonometrie ○ Metode de numărare ○ Geometrie analitică ○ Mulțimi numărabile ($\mathbb{Q}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{N}$) și nenumărabile ($\mathbb{R}$) ○ Polinoame ○ C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. a două polinoame; algoritmul lui Euclid ○ Teorema fundamentală a algebrei ○ Teorema lui Bézout. Rădăcini multiple ○ Relații între rădăcini și coeficienți ○ Polinoame ireductibile

Clasa	Etapa locală	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București	Etapa națională
a XI-a	Algebră ○ Permutări. <i>Descompunerea unei permutări în produs de cicluri disjuncte, respectiv transpoziții.</i> ○ Matrice și determinanți. Matrice inversabile ○ Ecuația caracteristică a unei matrice. Teorema Hamilton-Cayley. ○ Aplicații ale determinanților în geometria plană Analiză matematică ○ Mulțimea numerelor reale ○ Șiruri. Limite de șiruri. Limite de funcții ○ Lema Stolz-Cesaro. Criteriul Cauchy-D'Alembert ○ Lema intervalelor închise (Cantor) ○ Mulțimi dense în $\mathbb{R}$	Algebră ○ Rangul unei matrice ○ Inegalitatea lui Sylvester (Frobenius) asupra rangului produsului a două matrice ○ Polinom caracteristic, valori proprii Analiză matematică ○ Funcții continue ○ Discontinuități de prima și a doua speță. ○ Funcții cu proprietatea valorii intermediare (Darboux) ○ Puncte limită pentru șiruri ○ Mulțimi numărabile și nenumărabile	Algebră ○ Sisteme de ecuații liniare Analiză matematică ○ Funcții derivabile. Proprietățile funcțiilor derivabile ○ Teorema lui Darboux. Teorema lui Cauchy ○ Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange



Olimpiada Națională de Matematică

Programa pentru clasele a IX-a – a XII-a

Clasa	Etapa locală	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București	Etapa națională
a XII-a	Algebră - Grupuri (conținutul programei școlare) - Grupuri finite. Grupuri finit generate - Subgrupuri clasice (centralizatorul unui element sau al unei mulțimi, centrul unui grup, nucleul și imaginea unui morfism) - Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy Analiză matematică - Primitive - Integrala definită	Algebră - Inele și corpuri - Morfisme de semigrupuri, monoizi - Elemente nilpotente și elemente idempotente - Orice corp finit este comutativ Analiză matematică - Aplicații ale integralei definite	Algebră - Inele de polinoame Analiză matematică - Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate - Mulțimi neglijabile Lebesgue - Criteriul lui Lebesgue de integrabilitate