



## Olimpiada Națională de Matematică

### Programa pentru clasele a V-a – a VIII-a

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa prevăzută pentru etapa județeană/a sectoarelor municipiului București și pentru etapa națională sunt incluse, în mod implicit, și conținuturile programelor de olimpiadă de la etapa/etapele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor școlare în vigoare.
- Textul *italic* din tabele semnifică acele conținuturi specifice programelor ONM, în completarea conținuturilor prevăzute de programele școlare ale disciplinei Matematică.

| Clasa                         | Etapa locală                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Etapa națională                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>a V-a</b>                  | <ul style="list-style-type: none"><li>○ Numere naturale. Operații cu numere naturale. Factorul comun. Teorema împărțirii cu rest.</li><li>○ Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. <i>Ultima cifră a unei puteri</i></li><li>○ <i>Pătrate perfecte. Cuburi perfecte</i></li><li>○ Metode aritmetice de rezolvare a problemelor</li><li>○ <i>Restul împărțirii unui pătrat perfect la 3, 4, 5, 8, 10; restul împărțirii unui cub perfect la 9</i></li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <ul style="list-style-type: none"><li>○ Divizibilitatea numerelor naturale. Divizor, multiplu, divizori comuni, multipli comuni</li><li>○ Criterii de divizibilitate cu: 2, 5, <math>2^n</math>, <math>5^n</math>, <math>10^n</math>, 3 și 9; <i>Legătura dintre restul împărțirii unui număr la 3, 4, 5, 9 sau 25 și cifrele numărului</i></li><li>○ Numere prime; numere compuse.</li><li>○ Scrierea numerelor naturale ca produs de puteri de numere prime</li><li>○ <i>Dacă <math>x = M_d + r</math> și <math>y = M_d + s</math>, restul împărțirii lui <math>x + y</math> la <math>d</math> este restul împărțirii lui <math>r + s</math> la <math>d</math>, iar restul împărțirii lui <math>xy</math> la <math>d</math> este restul împărțirii lui <math>rs</math> la <math>d</math></i></li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>○ Frații ordinare (conținutul programei școlare)</li><li>○ Frații zecimale (conținutul programei școlare)</li><li>○ Elemente de geometrie și unități de măsură (conținutul programei școlare)</li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <b>Clasa</b><br><b>a VI-a</b> | <b>Etapa locală</b><br><b>Aritmetică și algebră</b> <ul style="list-style-type: none"><li>○ Mulțimi. <i>Principiul includerii și excluderii. Partiții. Principiul cutiei</i></li><li>○ Divizibilitate. Proprietăți ale divizibilității în <math>\mathbb{N}</math>.<br/><math>[a, b] \cdot (a, b) = a \cdot b</math></li><li>○ <math>(a, b) = d \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{N}</math>, cu <math>(x, y) = 1</math> și <math>a = dx</math>, <math>b = dy</math></li><li>○ <math>[a, b] = m \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{N}</math> cu <math>(x, y) = 1</math> și <math>m = ax</math>, <math>m = by</math></li><li>○ Rapoarte și proporții</li></ul> <b>Geometrie</b> <ul style="list-style-type: none"><li>○ Unghiuri. <i>Teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf</i></li><li>○ Paralelism și perpendicularitate</li><li>○ Cercul</li></ul> | <b>Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București</b><br><b>Aritmetică și algebră</b> <ul style="list-style-type: none"><li>○ Mulțimea numerelor întregi</li><li>○ Divizibilitatea în <math>\mathbb{Z}</math>. <i>Proprietăți ale divizibilității în <math>\mathbb{Z}</math></i></li><li>○ <math>(a + b)^n = M_a + b^n</math>, unde <math>a, b \in \mathbb{Z}</math> și <math>n \in \mathbb{N}^*</math></li></ul> <b>Geometrie</b> <ul style="list-style-type: none"><li>○ Linii importante în triunghi</li><li>○ Metoda triunghiurilor congruente. <i>Cazul L.L.U.</i></li><li>○ <i>Un triunghi este isoscel dacă și numai dacă două unghiuri ale triunghiului sunt congruente</i></li></ul>                                                                                                      | <b>Etapa națională</b><br><b>Aritmetică și algebră</b> <ul style="list-style-type: none"><li>○ Mulțimea numerelor raționale</li></ul> <b>Geometrie</b> <ul style="list-style-type: none"><li>○ Proprietățile triunghiurilor isoscele și echilaterale</li><li>○ Proprietățile triunghiurilor dreptunghice.</li><li>○ <i>Teorema unghiului de <math>30^\circ</math>, teorema unghiului de <math>15^\circ</math></i></li><li>○ <i>Teorema referitoare la lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei și reciprocele acestora</i></li><li>○ <i>Teorema directă și teorema reciprocă a liniei mijlocii a unui triunghi</i></li></ul> |

| Clasa   | Etapa locală                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Etapa națională                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a VII-a | <p><b>Algebră</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Mulțimea numerelor reale (conținutul programei școlare)</li> <li>○ <i>Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real</i></li> <li>○ Raționalizarea numitorilor</li> <li>○ <i>Formula radicalilor dubli</i></li> <li>○ Dacă <math>a, b \in \mathbb{Q}^*</math> și <math>p, q \in \mathbb{Q}^*</math> astfel încât <math>p\sqrt{a} + q\sqrt{b} \in \mathbb{Q}</math>, atunci <math>\sqrt{a} \in \mathbb{Q}</math> și <math>\sqrt{b} \in \mathbb{Q}</math></li> <li>○ Dacă <math>a \in \mathbb{Q}^*</math> și <math>x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}</math>, atunci <math>a + x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}</math> și <math>a \cdot x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}</math></li> <li>○ <i>Elemente de calcul algebric. Formule de calcul prescurtat: <math>(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2</math>, <math>(a+b)(a-b) = a^2 - b^2</math>, pentru orice <math>a, b \in \mathbb{R}</math></i></li> </ul> <p><b>Geometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Patrulater (conținutul programei școlare)</li> <li>○ Cercul (conținutul programei școlare)</li> <li>○ <i>Patrulater inscriptibile. Patrulater circumscriptibile.</i></li> </ul> | <p><b>Algebră</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Ecuații și sisteme de ecuații (conținutul programei școlare)</li> </ul> <p><b>Geometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Asemănarea triunghiurilor (conținutul programei școlare)</li> <li>○ <i>Teorema paralelelor neechidistante</i></li> <li>○ <i>Teorema bisectoarei (interioare, exterioare) și teorema reciprocă</i></li> <li>○ <i>Puterea unui punct față de cerc</i></li> </ul> | <p><b>Algebră</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Elemente de organizare a datelor</li> <li>○ <i>Identități algebrice:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) <math>a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})</math>, pentru orice <math>a, b \in \mathbb{R}</math> și orice <math>n \in \mathbb{N}^*</math></li> <li>b) <math>a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})</math>, pentru orice <math>a, b \in \mathbb{R}</math> și orice <math>n \in \mathbb{N}</math>, <math>n</math> impar</li> <li>c) identitatea lui Lagrange: <math>(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2</math></li> </ul> </li> <li>○ <i>Inegalități. Probleme de maxim și de minim</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) <math>a^2 + b^2 \geq 2ab</math>; <math>a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca</math>, <math>a, b, c \in \mathbb{R}</math></li> <li>b) <math>\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2</math>, pentru orice <math>a, b \in \mathbb{R}</math>, <math>a \cdot b &gt; 0</math></li> <li>c) inegalitatea mediilor: <math>\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}</math>, <math>\forall a_i &gt; 0, i = \overline{1, n}, n \in \mathbb{N}^*</math></li> <li>d) inegalitatea Cauchy – Buniakovski – Schwarz: <math>(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \cdot (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2</math>, <math>\forall a_i, b_i \in \mathbb{R}, i = \overline{1, n}, n \in \mathbb{N}^*</math></li> </ul> </li> </ul> <p><b>Geometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>Teorema lui Menelaos. Teorema lui Ceva</i></li> <li>○ <i>Relații metrice în triunghiul dreptunghic. Arii</i></li> <li>○ <i>Teorema lui Pitagora generalizată. Teorema cosinusului. Teorema sinusurilor.</i></li> </ul> <p><i>Teorema medianei <math>m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}</math></i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>Arii: <math>A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}</math>; <math>A_\Delta = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}</math>; <math>A_\Delta = p \cdot r</math>; <math>A_\Delta = \frac{abc}{4R}</math>;</i></li> </ul> <p><i><math>A_{\text{patrulater convex}} = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin(d_1, d_2)}{2}</math></i></p> |



| Clasa    | Etapa locală                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Etapa națională                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a VIII-a | <b>Algebră</b> <ul style="list-style-type: none"><li>○ Intervale. Operații cu intervale. Inecuații</li><li>○ Calcul algebric în <math>\mathbb{R}</math></li></ul> <b>Geometrie</b> <ul style="list-style-type: none"><li>○ Puncte, drepte, plane. Corpuri geometrice</li><li>○ Paralelism și perpendicularitate (conținutul programei școlare)</li><li>○ Proiecții ortogonale pe un plan (conținutul programei școlare)</li><li>○ Teorema celor trei perpendiculare</li></ul> | <b>Algebră</b> <ul style="list-style-type: none"><li>○ Ecuația de gradul al II-lea</li></ul> <b>Geometrie</b> <ul style="list-style-type: none"><li>○ Distanțe și măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate (determinare prin calcul)</li><li>○ Calcul de arii și de volume (poliedre)</li></ul> | <b>Algebră</b> <ul style="list-style-type: none"><li>○ Funcții. Elemente de statistică</li></ul> <b>Geometrie</b> <ul style="list-style-type: none"><li>○ Corpuri rotunde</li><li>○ <i>Perpendiculara comună a două drepte; reciprocele teoremei celor trei perpendiculare; plan mediator; plan bisector</i></li><li>○ <i>Probleme elementare de loc geometric</i></li></ul> |