



**Al doilea baraj de selecție pentru OBMJ  
București, 2 mai 2026**

**Problema 1.** Fie  $ABCD$  un paralelogram astfel încât  $\angle B < 90^\circ$  și  $AB < BC$ . Punctele  $E$  și  $F$  sunt alese pe cercul circumscris  $\omega$  al triunghiului  $ABC$  astfel încât dreptele tangente la  $\omega$  în  $E$  și  $F$  se intersectează în  $D$ . Știind că  $\angle EDA = \angle FDC$ , determinați  $\angle ABC$ .

**Problema 2.** Determinați toate numerele  $n \in \mathbb{N}^*$ , care nu sunt prime, cu proprietatea că oricare ar fi  $d$  un divizor al lui  $n$  atunci  $d + \frac{n}{d}$  este o putere naturală a lui 2.

**Problema 3.** Fie  $n \in \mathbb{N}^*$  și  $n$  numere reale  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Pentru orice  $1 \leq k \leq n$  notăm cu  $A_k$  cel mai mare dintre numerele:

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_k}{k}, \frac{a_2 + a_3 + \dots + a_k}{k-1}, \dots, \frac{a_{k-1} + a_k}{2}, a_k.$$

Demonstrați că cel mai mic dintre numerele  $A_1, A_2, \dots, A_n$  este cel mult egal cu media aritmetică a numerelor  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .

**Problema 4.** Numerele de la 1 la 2026 se așază pe un cerc într-o ordine oarecare. Apoi, în ordine crescătoare, fiecare număr de la 1 la 2026 se colorează cu una dintre următoarele trei culori: cu roșu dacă niciunul dintre vecinii lui nu este încă colorat, cu albastru dacă exact unul dintre vecinii lui este deja colorat și respectiv cu verde dacă ambii vecini ai lui sunt deja colorați.

Arătați că, la finalul procesului de colorare, numărul de numere albastre este par.

**Problema 5.** Fie  $A$  un punct pe cercul  $\omega$  cu centrul în  $B$  și  $\gamma$  un cerc cu centrul în  $A$ . Pentru fiecare  $i \in \{1, 2, 3\}$ , o coardă  $P_iQ_i$  a cercului  $\omega$  este tangentă lui  $\gamma$  în  $S_i$  și o altă coardă  $P_iR_i$  a lui  $\omega$  este perpendiculară pe  $AB$  în  $M_i$ . Fie  $Q_iT_i$  o altă tangentă din  $Q_i$  la  $\gamma$  în  $T_i$ , iar  $N_i$  intersecția lui  $AQ_i$  cu  $M_iT_i$ . Demonstrați că  $N_1, N_2, N_3$  sunt colineare.

*Timp de lucru 4 ore.*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*