



Olimpiada Națională de Matematică

Programa pentru clasele a V-a – a VIII-a

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa prevăzută pentru etapa județeană/a sectoarelor municipiului București și pentru etapa națională sunt incluse, în mod implicit, și conținuturile programelor de olimpiadă de la etapa/etapele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor școlare în vigoare.
- Textul *italic* din tabele semnifică acele conținuturi specifice programelor ONM, în completarea conținuturilor prevăzute de programele școlare ale disciplinei Matematică.

Clasa	Etapa locală	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București	Etapa națională
a V-a	○ Numere naturale. Operații cu numere naturale. Factorul comun. Teorema împărțirii cu rest. ○ Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. <i>Ultima cifră a unei puteri</i> ○ <i>Pătrate perfecte. Cuburi perfecte</i> ○ Metode aritmetice de rezolvare a problemelor ○ <i>Restul împărțirii unui pătrat perfect la 3, 4, 5, 8, 10; restul împărțirii unui cub perfect la 9</i>	○ Divizibilitatea numerelor naturale. Divizor, multiplu, divizori comuni, multipli comuni ○ Criterii de divizibilitate cu: 2, 5, 2^n, 5^n, 10^n, 3 și 9; <i>Legătura dintre restul împărțirii unui număr la 3, 4, 5, 9 sau 25 și cifrele numărului</i> ○ Numere prime; numere compuse. ○ Scrierea numerelor naturale ca produs de puteri de numere prime ○ <i>Dacă $x = M_d + r$ și $y = M_d + s$, restul împărțirii lui $x + y$ la d este restul împărțirii lui $r + s$ la d, iar restul împărțirii lui xy la d este restul împărțirii lui rs la d</i>	○ Frații ordinare (conținutul programei școlare) ○ Frații zecimale (conținutul programei școlare) ○ Elemente de geometrie și unități de măsură (conținutul programei școlare)
Clasa a VI-a	Etapa locală Aritmetică și algebră ○ Mulțimi. <i>Principiul includerii și excluderii. Partiții. Principiul cutiei</i> ○ Divizibilitate. Proprietăți ale divizibilității în $\mathbb{N}$. $[a, b] \cdot (a, b) = a \cdot b$ ○ $(a, b) = d \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{N}$, cu $(x, y) = 1$ și $a = dx$, $b = dy$ ○ $[a, b] = m \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{N}$ cu $(x, y) = 1$ și $m = ax$, $m = by$ ○ Rapoarte și proporții Geometrie ○ Unghiuri. <i>Teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf</i> ○ Paralelism și perpendicularitate ○ Cercul	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București Aritmetică și algebră ○ Mulțimea numerelor întregi ○ Divizibilitatea în $\mathbb{Z}$. <i>Proprietăți ale divizibilității în $\mathbb{Z}$</i> ○ $(a + b)^n = M_a + b^n$, unde $a, b \in \mathbb{Z}$ și $n \in \mathbb{N}^*$ Geometrie ○ Linii importante în triunghi ○ Metoda triunghiurilor congruente. <i>Cazul L.L.U.</i> ○ <i>Un triunghi este isoscel dacă și numai dacă două unghiuri ale triunghiului sunt congruente</i>	Etapa națională Aritmetică și algebră ○ Mulțimea numerelor raționale Geometrie ○ Proprietățile triunghiurilor isoscele și echilaterale ○ Proprietățile triunghiurilor dreptunghice. ○ <i>Teorema unghiului de 30°, teorema unghiului de 15°</i> ○ <i>Teorema referitoare la lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei și reciprocele acestora</i> ○ <i>Teorema directă și teorema reciprocă a liniei mijlocii a unui triunghi</i>

Clasa	Etapa locală	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București	Etapa națională
a VII-a	Algebră ○ Mulțimea numerelor reale (conținutul programei școlare) ○ <i>Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real</i> ○ Raționalizarea numitorilor ○ <i>Formula radicalilor dubli</i> ○ Dacă $a, b \in \mathbb{Q}^*$ și $p, q \in \mathbb{Q}^*$ astfel încât $p\sqrt{a} + q\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$, atunci $\sqrt{a} \in \mathbb{Q}$ și $\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$ ○ Dacă $a \in \mathbb{Q}^*$ și $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, atunci $a + x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $a \cdot x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ○ <i>Elemente de calcul algebric. Formule de calcul prescurtat: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$</i> Geometrie ○ Patrulater (conținutul programei școlare) ○ Cercul (conținutul programei școlare) ○ <i>Patrulater inscriptibile. Patrulater circumscriptibile.</i>	Algebră ○ Ecuații și sisteme de ecuații (conținutul programei școlare) Geometrie ○ Asemănarea triunghiurilor (conținutul programei școlare) ○ <i>Teorema paralelelor neechidistante</i> ○ <i>Teorema bisectoarei (interioare, exterioare) și teorema reciprocă</i> ○ <i>Puterea unui punct față de cerc</i>	Algebră ○ Elemente de organizare a datelor ○ <i>Identități algebrice:</i> a) $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ și orice $n \in \mathbb{N}^*$ b) $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ și orice $n \in \mathbb{N}$, n impar c) identitatea lui Lagrange: $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$ ○ <i>Inegalități. Probleme de maxim și de minim</i> a) $a^2 + b^2 \geq 2ab$; $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ b) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$, $a \cdot b > 0$ c) inegalitatea mediilor: $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$, $\forall a_i > 0, i = \overline{1, n}, n \in \mathbb{N}^*$ d) inegalitatea Cauchy – Buniakovski – Schwarz: $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \cdot (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2$, $\forall a_i, b_i \in \mathbb{R}, i = \overline{1, n}, n \in \mathbb{N}^*$ Geometrie ○ <i>Teorema lui Menelaos. Teorema lui Ceva</i> ○ <i>Relații metrice în triunghiul dreptunghic. Arii</i> ○ <i>Teorema lui Pitagora generalizată. Teorema cosinusului. Teorema sinusurilor.</i> <i>Teorema medianei $m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$</i> ○ <i>Arii: $A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$; $A_\Delta = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}$; $A_\Delta = p \cdot r$; $A_\Delta = \frac{abc}{4R}$;</i> <i>$A_{\text{patrulater convex}} = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin(d_1, d_2)}{2}$</i>



Clasa	Etapa locală	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București	Etapa națională
a VIII-a	Algebră ○ Intervale. Operații cu intervale. Inecuații ○ Calcul algebric în $\mathbb{R}$ Geometrie ○ Puncte, drepte, plane. Corpuri geometrice ○ Paralelism și perpendicularitate (conținutul programei școlare) ○ Proiecții ortogonale pe un plan (conținutul programei școlare) ○ Teorema celor trei perpendiculare	Algebră ○ Ecuația de gradul al II-lea Geometrie ○ Distanțe și măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate (determinare prin calcul) ○ Calcul de arii și de volume (poliedre)	Algebră ○ Funcții. Elemente de statistică Geometrie ○ Corpuri rotunde ○ <i>Perpendiculara comună a două drepte; reciprocele teoremei celor trei perpendiculare; plan mediator; plan bisector</i> ○ <i>Probleme elementare de loc geometric</i>