TESTUL 2, IMO 10.05.2025

Problema 1. Fie ABC un triunghi ascuţitunghic cu $AB < AC$, fie O centrul cercului său circumscris şi fie A' simetricul lui A în raport cu BC. Paralela prin O la BC intersectează AC în F, iar tangenta în F a cercului BFC intersectează paralela prin A' la BC în M. Considerăm punctul K pe semidreapta AB, cu originea în A, astfel încât $AK = 4AB$. Arătaţi că ortocentrul triunghiului ABC este pe cercul de diametru KM.

Radu Lecoiu

Problema 2. Fie $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ un şir de numere reale strict pozitive. Pentru fiecare număr natural nenul n, notăm

$$s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n \quad \text{şi} \quad \sigma_n = \frac{a_1}{1+a_1} + \frac{a_2}{1+a_2} + \cdots + \frac{a_n}{1+a_n}.$$

Arătaţi că, dacă şirul $s_1, s_2, \ldots, s_n, \ldots$ este nemărginit, atunci şirul $\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n, \ldots$ este şi el nemărginit.

The Problem Selection Committee

Problema 3. Problemă cu drepturi de autor.

Problema 4. Fie ABC şi DEF două triunghiuri cu acelaşi cerc circumscris, centrat în O, şi acelaşi ortocentru $H \neq O$. Dreptele Simson ale punctelor D, E, F în raport cu triunghiul ABC formează un triunghi nedegenerat Δ. Arătaţi că ortocentrul lui Δ este pe cercul de diametru OH.

Notă. Presupunem că A, F, B, D, C, E sunt, în această ordine pe cerc, vârfurile unui hexagon convex nedegenerat.

Andrei Chiriţă

Problema 5. Fiecare celulă a unui tablou 100×100 conţine câte un număr de la 1 la 100^2; celule distincte contin numere distincte. Determinaţi cel mai mare număr întreg c, care îndeplineşte următoarea condiţie: fiecare astfel de confguraţie conţine două numere distincte, situate pe aceeaşi linie sau aceeaşi coloana, care au un divizor comun mai mare sau egal cu c.

David-Andrei Anghel