

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Locală, județul Timiș
7.02.2025

clasa a VII-a

1. a) Demonstrați că numărul $A = 2025 - \frac{1+2+3+4+\dots+2025}{\sqrt{1+3+5+7+\dots+2025}}$ este natural.

b) Fie x și y numere reale nenule astfel încât $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2025}$.
Calculați $\sqrt{(x-2025) \cdot (y-2025)}$.

2. a) Arătați că $A = \sqrt{n^{20} + n^{24}}$ este irațional pentru orice n număr natural nenul.

b) Determinați numerele naturale n pentru care numărul $a = \sqrt{11 - \sqrt{11 - \sqrt{11 + n}}}$ este rațional.

3. Fie $ABCD$ un pătrat. Notăm cu M simetricul lui B față de C . Pe semidreapta $[CA$ se consideră punctul N astfel încât $\angle NMB = 30^\circ$. Dreapta MN intersectează AD și BD în punctele P , respectiv Q . Arătați că $BP = BQ$.

Gazeta Matematică, Nr.10/2024

4. Fie $ABCD$ paralelogram, punctul E mijlocul laturii AD și punctul F pe segmentul EC astfel încât $AF = AB$. Demonstrați că $BF \perp EC$.

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.