



Olimpiada Națională de Matematică
Etapă Locală, Satu Mare, 8 februarie 2025
CLASA a VI-a

1. Feladat

Adottak az $A_1=\{1\}$, $A_2=\{2, 3\}$, $A_3=\{4, 5, 6\}$,... halmazok.

a) Határozzátok meg az A_{41} halmaz középső elemét!

b) Legkevesebb hány elemet kell törölni az A_{41} halmaz elemei közül ahhoz, hogy a megmaradt elemek összege teljes négyzet legyen? Indokoljátok meg a választ!

2. Feladat

a) Adottak az x, y, z pozitív racionális számok úgy, hogy $\frac{x}{2} = \frac{y}{4}$ és $\frac{y}{6} = \frac{z}{9}$. Ha $x + y + z = 24$, igazoljátok, hogy a $2025 \cdot x \cdot y \cdot z$ szorzat osztóinak száma négyzetszám!

b) Adottak az a és b nullától különböző, természetes számok, $a < b$, úgy, hogy $[a, b] = 135$ és $a \cdot b = 2025$. Határozzátok meg az m és n prímszámokat, amelyek teljesítik az $a \cdot m + b \cdot n = 1725$ összefüggést!

3. Feladat

$AC(O, r)$ körön tekintsük az A_1, A_2, \dots, A_{25} különböző pontokat, ebben a sorrendben az $\widehat{A_1 A_{25}}$ nagyobbik köríven. Ha $\widehat{A_n A_{n+1}} = \widehat{A_{n-1} A_n} + 1^\circ$, ahol $n \in \mathbb{N}$, $1 < n < 25$ és az $\widehat{A_1 A_{25}}$ nagyobbik körív mértéke $\widehat{A_1 A_{25}} = 324^\circ$.

a) Számítsátok ki az $\widehat{A_1 O A_6}$ mértékét!

b) Határozzátok meg az $\widehat{A_{24} A_3}$ kisebbik körív mértékét!

4. Feladat

Adottak az $\widehat{A_1 O A_2}, \widehat{A_2 O A_3}, \widehat{A_3 O A_4}, \dots, \widehat{A_8 O A_9}$ szögek, melyek belső tartományai diszjunktak és az $\widehat{A_1 O A_9}$ egyenesszög. Ha az $\widehat{A_1 O A_2} = p_1^\circ, \widehat{A_2 O A_3} = p_2^\circ, \dots, \widehat{A_8 O A_9} = p_8^\circ$, ahol p_1, p_2, \dots, p_8 kétjegyű különböző prímszámok és $p_1 > p_8 > p_7 > p_2 > p_3 > p_6 > p_5 > p_4$, akkor igazoljátok, hogy:

a) $OA_5 \perp OA_1$!

b) $(OA_5$ az $\widehat{A_3 O A_7}$ szögfelezője!

c) $\widehat{A_1 O A_3} = \widehat{A_3 O A_7} = \widehat{A_7 O A_9}$.

Supliment G.M. nr. 11/2024

Megjegyzés:

- Munkaidő 3 óra.
- Minden feladat megoldása kötelező.
- Minden helyesen megoldott feladat 7 pontot ér.

SOK SIKERT!