



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Locală, Satu Mare, 8 februarie 2025
CLASA a VIII-a

Problema 1.

- a) Bestimmt alle ganzen Zahlenpaare (x, y) wenn
$$y = \sqrt{x^2 - 6x + 9} - |x + 2|, \text{ cu } x \in (-2, 3).$$
- b) Bestimmt die reelle Zahlen a und b für welche $a^2 + b^2 + 4a - b + 4,25 = 0$

Problema 2.

Es sei der algebraische Ausdruck $E(x) = \left(\frac{x+3}{x^2+6x+8} + \frac{1}{4-x^2} \cdot \frac{x^2-6x+8}{x^2-16} \right) + \left(\frac{x+4}{x-1} \right)^{-2}$,
wo $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, -2, 1, 2, 4\}$

- a) Beweist, dass $E(x) = 1 - \frac{9x+11}{x^2+8x+16}$.
- b) Bestimmt alle reelle Werte für x , für welche $E(x)$ unecht ist.

Problema 3.

Es sei die regelmässige dreiseitige Pyramide $VABC$ mit der Spitze in V und O ist die Mittelpunkt der Grundfläche ABC . Es sei M die Mitte der Kante AB und CP Winkelhalbierende des Winkels $\sphericalangle VCM$, P ein Punkt auf der Strecke VM . Zeigt, dass $OP = 2OM$ dann und nur dann, wenn $VA = AB\sqrt{3}$.

Supliment G.M. nr. 9/2024

Problema 4.

Es sei $ABCD A'B'C'D'$ ein Quader. Bezeichnet man die Mitte der Kanten AB , BC bzw. BB' mit M , N , P , aber die Mittelpunkten der Flächen $ADD'A'$, $DCC'D'$ bzw. $A'B'C'D'$ mit M' , N' bzw. P' . Zeigt, dass wenn die vierseitige Prisma $MNPM'N'P'$ regelmässig ist, dann der Quader $ABCD A'B'C'D'$ ist ein Würfel.

Notă:

- Timp de lucru 3 ore.
- Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie.
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.

SUCCES!