



Olimpiada Națională de Matematică
Etapă Locală, Satu Mare, 8 februarie 2025
CLASA a VIII-a

1. Feladat

a) Határozd meg az összes olyan (x, y) egész számokból álló számpárt úgy, hogy

$$y = \sqrt{x^2 - 6x + 9} - |x + 2|, \text{ cu } x \in (-2, 3)!$$

b) Határozd meg a és b valós számokat melyekre teljesül az $a^2 + b^2 + 4a - b + 4,25 = 0$ egyenlőség!

2. Feladat

Adott az $E(x) = \left(\frac{x+3}{x^2+6x+8} + \frac{1}{4-x^2} \cdot \frac{x^2-6x+8}{x^2-16} \right) + \left(\frac{x+4}{x-1} \right)^{-2}$ algebrai kifejezés, ahol $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, -2, 1, 2, 4\}$.

a) Igazold, hogy $E(x) = 1 - \frac{9x+11}{x^2+8x+16}$!

b) Határozd meg az x valós értékeit melyekre az $E(x)$ értéke egynél nagyobb!

3. Feladat

Adott a $VABC$ szabályos háromoldalú gúla, melynek csúcsa a V pont és O az ABC alaplapp középpontja. Ha M az AB él felezőpontja és CP a VC szögfelezője, P a VM szakasz egy pontja. Mutasd ki, hogy $OP = 2OM$ akkor és csak akkor, ha $VA = AB\sqrt{3}$!

4. Feladat

Adott az $ABCD A'B'C'D'$ téglatest. Az AB , BC valamint BB' éleken rendre megszerkesztjük az M , N , P felezőpontokat. Legyenek az M' , N' , P' pontok az $ADD'A'$, $DCC'D'$ és $A'B'C'D'$ lapok középpontjai. Bizonyítsd be, hogy az $MNPM'N'P'$ háromoldalú hasáb akkor és csak akkor szabályos, ha $ABCD A'B'C'D'$ téglatest egy kocka!

Megjegyzés:

- Munkaidő 3 óra.
- Minden feladat kötelező.
- Minden feladat helyes megoldása 7 pont.

Sok sikert!