

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 2.02.2025 –

Clasa a X-a

SUBIECTUL 1

Fie $a = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{4} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{4}) \dots (\sqrt{2025} - \sqrt{2024})$ și $b = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{4} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{4}) \dots (\sqrt{2025} + \sqrt{2024})$.3p a) Calculați produsul numerelor a și b ;4p b) Comparați numerele a și b .

SUBIECTUL 2

Fie $a, b, c \in (1, \infty)$. Să se arate că :

$$\log_a^3 bc + \log_b^3 ac + \log_c^3 ab \geq 24$$

SUBIECTUL 3

Fie $p, q \in \mathbb{R}^*$, $p \neq q$. Să se determine mulțimea $M = \left\{ A(z) \mid \operatorname{Re} \left(\frac{z-p}{z-q} \right) = \operatorname{Im} \left(\frac{z-p}{z-q} \right) \right\}$, unde $z \in \mathbb{C}$.

GAZETA MATEMATICĂ

SUBIECTUL 4

Determinați funcția $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ cu proprietatea:

$$f(f(n+1)) = f(f(n) + 1) = n + 4049, \text{ pentru orice } n \in \mathbb{N}.$$

Supliment GAZETA MATEMATICĂ

Notă:

Timp de lucru 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.