

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 2.02.2025 –

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL 1

Se consideră relația:

$$\sqrt{x^4 - 4x^2 + 5} + \sqrt{y^6 - 16y^3 + 68} + |x^2 - y + z - \sqrt{2}| = 3$$

4p a) Determinați numerele reale pozitive x , y și z care verifică relația.**3p b)** Verificați dacă numărul $\left(\frac{x+z}{y}\right)^{2025}$ este rațional.

SUBIECTUL 2

Fie $ABCDEF$ o prismă triunghiulară regulată și punctele M , N , P pe muchiile AD , BE respectiv CF , astfel încât $MN \parallel AB$. Fie $\{T\} = AP \cap CM$ și $\{S\} = BP \cap CN$. Arătați că :

3p a) $TS \parallel (ABE)$;**4p b)** $(FMN) \parallel (ABP)$ dacă și numai dacă $BN = FP$.

SUBIECTUL 3

Aflați numerele $x_1, x_2, \dots, x_{2025} \in (0, 1]$ pentru care

$$\frac{2024x_1+1}{x_1} + \frac{2024x_2+1}{x_2} + \dots + \frac{2024x_{2025}+1}{x_{2025}} = 2025^2$$

GAZETA MATEMATICĂ

SUBIECTUL 4

Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ cu $AB=6\sqrt{2}\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$ și $AA'=6\sqrt{3}\text{cm}$ iar punctul E este mijlocul muchiei $A'B'$.

3p a) Calculați aria triunghiului EBD ;**2p b)** Calculați distanța de la punctul A la planul (EBD) ;**2p c)** Calculați tangenta unghiului plan determinat de planele (EBD) și $(A'AB)$.

Profesor Anton Negrilă

Notă: Timp de lucru 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.