

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 2.02.2025 –

Clasa a IX-a

SUBIECTUL 1

Folosind inducția matematică să se demonstreze inegalitatea

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} > 1, \text{ pentru orice } n \in \mathbb{N}^*.$$

SUBIECTUL 2

Pe laturile AB, BC, AC ale triunghiului ABC se consideră punctele M, N și respectiv P, astfel încât

$$\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{NC} = \frac{CP}{PA} = 3.$$

3p a) Să se arate că pentru orice punct O din plan are loc relația : $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{OB}$.**4p** b) Să se demonstreze că triunghiurile ABC și MNP au același centru de greutate.

SUBIECTUL 3

Fie I centrul cercului înscris în triunghiul ABC, M mijlocul laturii BC, $\{E\} = BI \cap AC$ și D între B și C astfel încât $BD = 2DC$. Demonstrați că $IM \parallel ED$ dacă și numai dacă $AB + BC = 3AC$.

Profesor Claudiu Militaru, GAZETA MATEMATICĂ

SUBIECTUL 4

Fie $a, b, c > 0$ și $a + b + c = 45$. Arătați că: $\frac{9}{\sqrt{ab}} + \frac{36}{\sqrt{bc}} + \frac{1296}{\sqrt{ac}} \geq 45$

Profesor Gheorghe Crăciun

Notă:

Timp de lucru 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.